정답표와 예상 등급컷

정답표

공통과목

1번 ⑤ / 2번 ① / 3번 ③ / 4번 ④ / 5번 ②

6번 ④ / 7번 ③ / 8번 ⑤ / 9번 ② / 10번 ①

11번 ① / 12번 ④ / 13번 ② / 14번 ③ / 15번 ⑤

16번 2 / 17번 35 / 18번 30 / 19번 85 / 20번 770

21번 55 / 22번 16

확률과 통계

23번 ⑤ / 24번 ② / 25번 ④ / 26번 ② / 27번 ③

28번 ⑤ / 29번 33 / 30번 85

미적분

23번 ⑤ / 24번 ② / 25번 ④ / 26번 ① / 27번 ②

28번 ⑤ / 29번 29 / 30번 43

기하

23번 ④ / 24번 ② / 25번 ④ / 26번 ① / 27번 ③

28번 ⑤ / 29번 67 / 30번 27

예상 등급컷

공통과목과 선택과목을 합한 100점 만점 원점수 기준입니다.

선택과목	1등급	2등급	3등급
확률과 통계	86점	80점	72점
미적분	84점	78점	70점
기하	84점	78점	70점

위 점수는 문항 구성과 예상 풀이 부담을 바탕으로 정한 제작자 예상치입니다. 실제 응시 결과에 따라 달라질 수 있습니다.

공통과목 해설

공통과목 해설

1번 | 정답 ⑤ | 2점

R1. 각 로그를 지수로 읽기

조건

$3^{3}=27, 2^{-3}=1/8$이다.

사용 과정

두 로그는 각각$3, -3$이다.

결과 · 다음 연결

합은0이다.

2번 | 정답 ① | 2점

R1. 미분계수의 정의

조건

제시된 극한은$f'(2)$이다.

사용 과정

$f'(x)=6x-2$이므로 $x=2$를 넣는다.

결과 · 다음 연결

10이다.

공통과목 3번 해설

3번 | 정답 ③ | 3점

R1. 양 끝 항의 평균

조건

제6항은3+5 · 2=13이다.

사용 과정

항의 개수6에 양 끝 항의 평균8을 곱한다.

결과 · 다음 연결

48이다.

4번 | 정답 ④ | 3점

R1. 0이 아닌 극한 인수

조건

x+2의 극한은3이다.

사용 과정

연속성에서 f(x)의 극한은f(1)이므로3f(1)=12이다.

결과 · 다음 연결

4이다.

공통과목 5번 해설

5번 | 정답 ② | 3점

R1. 비에서 두 제곱 복원

조건

$\sin^2\theta = 4\cos^2\theta$ 이고 두 제곱의 합은1이다.

사용 과정

$\cos^2\theta = 1/5, \sin^2\theta = 4/5$이다.

결과 · 다음 연결

$20/5 - 1/5 = 19/5$이다.

6번 | 정답 ④ | 3점

R1. 정지점과 부호 변화

조건

$f'(x) = 3(x-1)(x-3)$이다.

사용 과정

x=1에서 도함수가양에서음으로 바뀌므로 극대이다.

결과 · 다음 연결

$f(1) = 1 - 6 + 9 + 1 = 5$이다.

공통과목 7번 해설

7번 | 정답 ③ | 3점

R1. 변화량을 적분

조건

$f(2)-f(1)=\int_1^2 f'(x)dx$이다.

사용 과정

원시함수$3x^2-4x$의 차는$(12-8)-(3-4)=5$이다.

결과 · 다음 연결

$f(2)=10$이다.

8번 | 정답 ⑤ | 3점

R1. 뒤 세 항을 앞 세 항과 비교

조건

$a4+a5+a6=r^3(a1+a2+a3)$이다.

사용 과정

$S6=(1+r^3)S3$에서$r^3=8, r=2$이다. $S3=7a1=7$이므로$a1=1$이다.

결과 · 다음 연결

$a4=8$이다.

공통과목 9번 해설

9번 | 정답 ② | 4점

R1. 접선과 곡선을 같은 높이로 놓기

조건

$f(1)=0, f'(1)=1$이므로 접선은 $y=x-1$이다.

사용 과정

$x^3-2x+1=x-1$에서 $x^3-3x+2=(x-1)^2(x+2)=0$이다.

결과 · 다음 연결

접점 이외의 x좌표는 -2이다.

10번 | 정답 ① | 4점

R1. 기울기와 지나는 점에서 직선을 구한다

조건

직선 AB는 기울기가 -1이고 점 $(3,3)$을 지난다.

사용 과정

직선의 방정식은 $x+y=6$이다. $A=(t,2^t)$라 놓으면 $t+2^t=6$이다. $t=2$가 이 식을 만족하고, $t+2^t$는 엄격히 증가하므로 다른 해는 없다.

결과 · 다음 연결

$A=(2,4)$이다.

공통과목 10번 해설

R2. 역함수의 대응점으로 다른 교점을 정한다

조건

$\mathrm{A}=(2,4)$이고 $y=2^x$와 $y=\log_2 x$는 서로 역함수이다.

사용 과정

좌표를 교환한 $(4,2)$는 로그함수의 그래프 위에 있고 $x+y=6$도 만족한다. 또한 $x+\log_2 x$는 $x>0$에서 엄격히 증가하므로 이 직선과 로그함수의 교점은 하나뿐이다. 따라서 $\mathrm{B}=(4,2)$이고 넓이는 $\frac{1}{2}|2\cdot 2-4\cdot 4|$이다.

결과 · 다음 연결

삼각형 OAB의 넓이는 6이다.

11번 | 정답 ① | 4점

R1. 두 변과 각으로 나머지 변의 후보 얻기

조건

AC=b>0라놓는다.

사용 과정

코사인법칙에서16=b² +36-6√3b이다. 따라서b=3√3±√7이다.

결과 · 다음 연결

두후보모두양수이므로각조건으로선택해야한다.

R2. 예각 조건을 변의 관계로 옮기기

조건

각C가예각이려면cos C>0이다.

사용 과정

cos C=(b² +16-36)/(8b)=(b² -20)/(8b)이다. 작은후보의제곱34-6√21은20미만이고,큰후보의제곱은20보다크다.

결과 · 다음 연결

따라서AC² =34+6√21이다.

공통과목 12번 해설

12번 | 정답 ④ | 4점

R1. 대칭 구간에서 두 적분 합치기

조건

x를4-x로 바꾸면 두 함수의0부터4까지 적분은같다.

사용 과정

$2\int_0^4 f=\int_0^4 (x^2-4x+10)=64/3-32+40=88/3$이다.

결과 · 다음 연결

적분은44/3이다.

13번 | 정답 ② | 4점

R1. 양변 미분으로 도함수 얻기

조건

주어진 관계를x에 대해미분한다.

사용 과정

$f(x)=f(x)+xf'(x)-3x^2+2x$이므로$x\neq0$에서$f'(x)=3x-2$이다.

결과 · 다음 연결

연속인 도함수 관계로 다항식 해를 복원할 수 있다.

R2. 함수식과 상수

조건

$f(x)=(3/2)x^2-2x+C$이다.

사용 과정

$f(1)=4$에서$C=9/2$이다. 원래 적분식에도대입하면일치한다.

결과 · 다음 연결

$f(2)=6-4+9/2=13/2$이다.

공통과목 14번 해설

14번 | 정답 ③ | 4점

R1. 공통 대각선으로 두 삼각형 연결

조건

원에 내접한 사각형의 마주 보는 두 각 B,D의 합은π 이다.

사용 과정

c=cos B라 하면cos D=-c이다. 대각선AC의 제곱을 두 삼각형에서 코사인법칙으로 나타내면25-24c=61+60c이다.

결과 · 다음 연결

c=-3/7이다.

R2. 두 넓이의 공통 사인

조건

두 각은0과π 사이이고sin B=sin D이다.

사용 과정

sin B=√(1-9/49)=2√10/7이다. 넓이의 합은(1/2)(3 · 4+5 · 6)sin B이다.

결과 · 다음 연결

21 · 2√10/7=6√10이다.

공통과목 15번 해설

15번 | 정답 ⑤ | 4점

R1. 바깥 함수의 세 영점

조건

f(y)=0의 해는y=-√a,0,√a이다.

사용 과정

따라서f(f(x))=0은세 높이-√a,0,√a의 원상을 모두 구하는 문제이다. f(x)=0은항상서로다른세 근을갖는다.

결과 · 다음 연결

나머지 두 높이에서 총4개의 근이 필요하다.

R2. 삼차함수의 극값과 높이 비교

조건

$f'(x)=3x^2-a$이다.

사용 과정

극댓값은 h=2(a/3)^(3/2),극솟값은-h이다. 홀함수이므로±√a의 원상수는같다. 각 높이가극값과같으면2개,그안이면3개,그밖이면1개이다.

결과 · 다음 연결

총7개가되려면h=√a이어야한다.

R3. 매개변수 계산

조건

a>0이므로√a로나눌수있다.

사용 과정

2a/(3√3)=1에서a=3√3/2이다. 실제원상수는2+3+2=7이다.

결과 · 다음 연결

$4a^2=27$이다.

공통과목 16번 해설

16번 | 정답 2 | 3점

R1. 곱과 거듭제곱 분리

조건

$75 = 3 \cdot 5^2$이다.

사용 과정

$\log_2 75 = \log_2 3 + 2\log_2 5$이다. 밑 변환으로 $\log_2 5 = (\log_2 3)(\log_3 5) = ab$이다.

결과 · 다음 연결

$\log_2 75 = a + 2ab$이므로 $k = 2$이다.

17번 | 정답 35 | 3점

R1. 두 교점 사이의 부호

조건

교점은0,4이며그사이함수값은양수이다.

사용 과정

$\int_0^4 (4x-x^2)=32-64/3=32/3$이다.

결과 · 다음 연결

p+q=35이다.

공통과목 18번 해설

18번 | 정답 30 | 3점

R1. 연속한 두 합의 차

조건

$n \geq 2$에서이전합을빼면마지막항만남는다.

사용 과정

$na_n = n(n+1) - (n-1)n = 2n$이므로$a_n = 2$이다. $n=1$에서도$a_1 = 2$이다.

결과 · 다음 연결

$15 \cdot 2 = 30$이다.

19번 | 정답 85 | 3점

R1. 분자의 영점과 접선 기울기

조건

유한한 극한에서$8 + 2a + b = 0$이다.

사용 과정

분자가0이므로극한은$3 \cdot 2^2 + a = 5$이다. 따라서$a = -7, b = 6$이다.

결과 · 다음 연결

$a^2 + b^2 = 49 + 36 = 85$이다.

공통과목 20번 해설

20번 | 정답 770 | 4점

R1. 부호가 다른 두 합의 관계를 확인한다

조건

공비가 $-x$, $x>0$이므로 처음 세 절댓값의 합은 $a_1(1+x+x^2)=21$이다.

사용 과정

처음 여섯 항의 합은 처음 세 항의 합에 $1+(-x)^3$을 곱한 $a_1(1-x+x^2)(1-x^3)$이다.
$1-x^3=(1-x)(1+x+x^2)$를 이용하면 주어진 식처럼 $21(1-x)(1-x+x^2)=-63$이다.

결과 · 다음 연결

절댓값 합에서 얻은 양을 부호 있는 합에 전달할 수 있다.

R2. 공비와 첫째항을 결정한다

조건

$(x-1)(x^2-x+1)=3$이다.

사용 과정

$x^3-2x^2+2x-4=(x-2)(x^2+2)=0$이다. $x^2+2>0$이므로 $x=2$이고
$a_1=21/(1+2+4)=3$이다.

결과 · 다음 연결

$p=2$, $q=3$이다.

R3. 제곱한 항들의 합으로 바꾼다

조건

처음 네 항은 $3,-6,12,-24$이다.

사용 과정

제곱하면 $9,36,144,576$이므로 $r=765$이다.

결과 · 다음 연결

$p+q+r=2+3+765=770$이다.

공통과목 21번 해설

21번 | 정답 55 | 4점

R1. 영점의 위치를 기준으로 경우를 나눈다

조건

절댓값 안의 식은 $x^2-2x-a=(x-1)^2-(a+1)$이다.

사용 과정

$a<-1$이면 식이 항상 양수이므로 $\mathrm{F}(a)=-3a>3$이다. $a\geq -1$에서는 $r=\sqrt{a+1}\geq 0$로 놓는다. 두 영점 $1-r, 1+r$을 적분 구간 $[0,3]$과 비교한다.

결과 · 다음 연결

영점이 구간 끝을 지나는 경계는 $r=1, 2$이다. 이 경계를 기준으로 적분식을 구한다.

R2. 두 영점이 구간 안에 있는 경우를 계산한다

조건

$0\leq r\leq 1$이면 식이 음수인 구간은 $[1-r, 1+r]$이다.

사용 과정

절댓값을 씌우기 전의 전체 적분은 $3-3r^2$이다. 음수 부분의 적분 $-4r^3/3$을 두 번 빼면 $\mathrm{F}=3-3r^2+8r^3/3$이다. 이를 r에 관하여 미분하면 $2r(4r-3)$이므로 $r=3/4$에서 최솟값을 갖는다.

결과 · 다음 연결

이 범위의 최솟값은 39/16이다.

R3. 나머지 범위의 값과 비교한다

조건

$1\leq r\leq 2$이면 왼쪽 영점은 구간 밖에 있고 오른쪽 영점만 구간 안에 있다.

사용 과정

$1+r$에서 나누어 적분하면 $\mathrm{F}=7/3-r^2+4r^3/3$이다. 도함수 $2r(2r-1)>0$이므로 증가한다. $r\geq 2$이면 식이 구간 전체에서 음수 또는0이므로 $\mathrm{F}=3r^2-3$이며 역시 증가한다.

결과 · 다음 연결

$r=1$의 값 8/3도 39/16보다 크다. 따라서 전체 범위의 최솟값은 39/16이다.

공통과목 21번 해설

R4. 최솟값을 만드는 경우와 답을 확인한다

조건

$r=3/4$이면 $a=r^2-1=-7/16$이므로 실제 허용되는 실수 a가 존재한다.

사용 과정

39와 16은 서로소이므로 $p=16$, $q=39$이다.

결과 · 다음 연결

$p+q=55$이다.

22번 | 정답 16 | 4점

R1. 바깥 방정식의 두 입력

조건

$t=2^u>0$으로 놓으면 $f(u)=4$는 $t+1/t=4$이다.

사용 과정

$t=2\pm\sqrt{3}$이고 두 값은 서로 역수이다. 따라서 $u=\pm c$이며 $c=\log_2(2+\sqrt{3})>0$이다.

결과 · 다음 연결

$f(x)=a+c$ 또는 $f(x)=a-c$이다.

R2. 안쪽 함수가 갖는 원상 수

조건

$f(x)\ge 2$이고 $x=0$에서만 2이다.

사용 과정

높이가 2보다 크면 2^x의 양수 해가 서로 역수인 두 개이므로 실근도 2개이다. 높이 2는 1개, 2 미만은 0개이다. 두 높이는 서로 다르므로 총 3개가 되려면 작은 높이 $a-c$가 2이어야 한다.

결과 · 다음 연결

$a=2+c$이다.

공통과목 22번 해설

R3. 지수값과 역수 관계

조건

$2^{c}=2+\sqrt{3}$, $2^{-c}=2-\sqrt{3}$이다.

사용 과정

$2^{a}=4(2+\sqrt{3})$, $16\ \cdot\ 2^{-a}=4(2-\sqrt{3})$이다.

결과 · 다음 연결

합은 16이다.

확률과 통계 해설

23번 | 정답 ⑤ | 2점

R1. 순서 없는 선택

조건

대표3명 사이에는역할구별이없다.

사용 과정

7C3=7 · 6 · 5/(3 · 2 · 1)이다.

결과 · 다음 연결

35이다.

24번 | 정답 ② | 3점

R1. 여사건의 독립

조건

독립인사건의여사건도독립이다.

사용 과정

(1-1/4)(1-2/3)=(3/4)(1/3)이다.

결과 · 다음 연결

1/4이다.

확률과 통계 25번 해설

25번 | 정답 ④ | 3점

R1. 여섯 쌍의 합

조건

두공의선택은모두같은확률이다.

사용 과정

가능한합은3,4,5,5,6,7이고총합30이다.

결과 · 다음 연결

평균은30/6=5이다.

26번 | 정답 ② | 3점

R1. 반폭과 전체 길이 구별

조건

표본평균의표준편차는10/√100=1이다.

사용 과정

신뢰구간은표본평균에서좌우1.96씩이므로전체길이는2 · 1.96이다.

결과 · 다음 연결

3.92이다.

확률과 통계 27번 해설

27번 | 정답 ③ | 3점

R1. 선택 경로를 분리

조건

A선택확률은1/3,B선택확률은2/3이다.

사용 과정

A에서흰색일확률은(1/3)(3/4)=1/4이다. 전체흰색확률은1/4+(2/3)(1/3)=17/36이다.

결과 · 다음 연결

조건부확률=(1/4)/(17/36)=9/17이다.

28번 | 정답 ⑤ | 4점

R1. 두 대칭인 경우 나누기

조건

앞두등식중정확히하나만참이다.

사용 과정

f1=f2,f3≠f4인경우와f1≠f2,f3=f4인경우는정의역의이름을바꾸면대응되므로개수가같다.
첫경우만센다.

결과 · 다음 연결

f1=f2인두입력을하나로합쳐5개의입력에서네값을모두쓰는함수를센다.

확률과 통계 28번 해설

R2. 두 부등식 조건의 포함배제

조건

다섯입력에서네출력을모두쓰려면한출력만두번쓴다.

사용 과정

그함수수는5C2 · 4!=240이다. f3=f4로추가합치면4입력전사함수4!=24개이고,f5=f6인경우도24개이다. 둘다합치면3입력뿐이어서네값을다쓸수없다.

결과 · 다음 연결

f3≠f4,f5≠f6인경우는240-24-24=192개이다.

R3. 대소 조건과 두 경우 합치기

조건

f5≠f6인함수에서5,6입력을바꾸면대소가뒤집힌다.

사용 과정

f5<f6인것은192/2=96개이다. 처음두경우를합하면2 · 96이다.

결과 · 다음 연결

192개이다.

확률과 통계 29번 해설

29번 | 정답 33 | 4점

R1. 범위와 가운데 수의 결합 경우의 수를 구한다

조건

한 시행의 서로 다른 세 카드 집합은 $\binom{6}{3}=20$개이고 모두 같은 확률이다.

사용 과정

$\mathrm{X}=d$이면 양 끝 카드는 $(l, l+d)$이고 가운데 카드는 그 사이에서 고른다. $d=2,3,4,5$일 때 전체 집합 수는 각각 $(6-d)(d-1)=4,6,6,4$이다. 가운데 수 $\mathrm{Y}=2,3,4,5$별 경우의 수는 $d=2,5$에서 $(1,1,1,1)$, $d=3,4$에서 $(1,2,2,1)$이다.

결과 · 다음 연결

같은 범위라도 가운데 수의 확률은 동일하지 않을 수 있으므로 이 결합 정보를 유지한다.

R2. 조건 사건의 전체 경우의 수를 센다

조건

두 시행은 독립이고 순서가 있는 20^2쌍이 등확률이다.

사용 과정

$\mathrm{X}_1=\mathrm{X}_2$를 만족하는 쌍의 수는 $4^2+6^2+6^2+4^2=104$이다.

결과 · 다음 연결

조건부확률의 분모에 해당하는 경우의 수는 104이다.

R3. 같은 범위 안에서 가운데 수의 합을 센다

조건

$\mathrm{Y}_1+\mathrm{Y}_2=7$인 순서쌍은 $(2,5),(3,4),(4,3),(5,2)$이다.

사용 과정

$d=2,5$에서는 각각 4쌍이고, $d=3,4$에서는 각각 $1\cdot1+2\cdot2+2\cdot2+1\cdot1=10$쌍이다. 따라서 유리한 쌍은 $4+10+10+4=28$개이다.

결과 · 다음 연결

조건부확률은 $28/104=7/26$이므로 $p+q=26+7=33$이다.

확률과 통계 30번 해설

30번 | 정답 85 | 4점

R1. 눈별 횟수로 조건 사건 분류

조건

k의눈이나온횟수를nk라두면 Σnk=8, Σknk=14이고양수인횟수가3개이다.

사용 과정

각눈에서1을빼면추가합이6이다. 가능한횟수는 (n1,n2,n3)=(3,4,1),(4,2,2); (n1,n2,n4)=(4,3,1); (n1,n2,n5)=(5,2,1); (n1,n3,n5)=(6,1,1); (n1,n2,n6)=(6,1,1)이다.

결과 · 다음 연결

가장작은눈은반드시1이며,나머지두눈의추가값합이6이하여야하므로이목록밖의경우는없다.

R2. 각 횟수에 대응하는 순서 수

조건

각 8회 순서는 모두 확률 6^{-8}이다.

사용 과정

위여섯경우의순서수는각각280,420,280,168,56,56이다.
이는8!을각횟수의팩토리얼로나눈값이다.

결과 · 다음 연결

조건사건은1260개순서이다.

R3. 첫째와 마지막을 고정하기

조건

3의눈이최소두번이어야하므로횟수(4,2,2)만가능하다.

사용 과정

양끝을3으로고정하면가운데6자리에1네개와2두개를놓는다. 경우의수는6!/(4!2!)=15이다.

결과 · 다음 연결

확률15/1260=1/84이다.

확률과 통계 30번 해설

R4. 정수 합

조건

기약분수는1/84이다.

사용 과정

p=84,q=1이다.

결과 · 다음 연결

p+q=85이다.

미적분 해설

23번 | 정답 ⑤ | 2점

R1. 지수함수의 미분계수

조건

주어진 극한은 e^{2x}의 0에서의 미분계수이다.

사용 과정

도함수는 $2e^{2x}$이다.

결과 · 다음 연결

구하는 값은 2이다.

24번 | 정답 ② | 3점

R1. 곱의 미분

조건

두 인자를 각각 미분한다.

사용 과정

$f'(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$이다. $x = \pi/3$에서 $1/4 - 3/4$이다.

결과 · 다음 연결

구하는 값은 $-1/2$이다.

25번 | 정답 ④ | 3점

R1. 미분하면 단순해지는 인자 선택

조건

x를 미분하고 e^x를 적분한다.

사용 과정

$\int xe^x\,dx = xe^x - e^x + \mathrm{C}$이다. 정적분의 양 끝값 차는 $0-(-1)$이다.

결과 · 다음 연결

구하는 값은 1이다.

26번 | 정답 ① | 3점

R1. 정의역과 회전 반지름

조건

곡선과 x축의 교점은 $x=1$이며 반지름의 제곱은 $\ln x$이다.

사용 과정

부피는 $\pi\int_1^e \ln x\,dx$이다. 원시함수는 $x\ln x - x$이고 끝값의 차는 $0-(-1)=1$이다.

결과 · 다음 연결

부피는 π이다.

미적분 27번 해설

27번 | 정답 ② | 3점

R1. 출력에 대응하는 입력

조건

f는 모든 실수에서 증가하며 $f(\ln 2)=\ln 2+2$이다.

사용 과정

$g(2+\ln 2)=\ln 2$이다. $f'(\ln 2)=3$, $f''(\ln 2)=2$이다.

결과 · 다음 연결

같은 대응점의 두 미분계수를 사용한다.

R2. 역함수 관계를 두 번 미분

조건

$f(g(t))=t$이다.

사용 과정

$f'(g(t))g'(t)=1$을 다시 미분하면 $f''(g(t))(g'(t))^2+f'(g(t))g''(t)=0$이다. 따라서 대응점에서 $g''=-f''/(f')^3$이다.

결과 · 다음 연결

구하는 값은 $-2/27$이다.

28번 | 정답 ⑤ | 4점

R1. 접선 교점의 좌표

조건

A에서의 접선은 $x=1$이고 Q에서의 접선은 $x\cos 2\theta + y\sin 2\theta = 1$이다.

사용 과정

연립하면 $\mathrm{T} = (1, (1-\cos 2\theta)/\sin 2\theta) = (1, \tan\theta)$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{AT} = \tan\theta$이다.

R2. 두 넓이를 같은 삼각함수로 표현

조건

AT는 수직이므로 Q에서 직선 $x=1$까지의 거리는 $1-\cos 2\theta$이다.

사용 과정

$\mathrm{S}_2 = \frac{1}{2}\tan\theta(1-\cos 2\theta) = \sin^3\theta/\cos\theta$이다. 좌표로 APQ의 넓이를 계산하면 $\mathrm{S}_1 = \sin\theta(1-\cos\theta)$이다.

결과 · 다음 연결

두 넓이는 모두 θ가 작은 양수일 때 양수이다.

R3. 먼저 차를 인수분해

조건

낮은 차수의 항이 소거되므로 각 넓이의 극한을 따로 계산하지 않는다.

사용 과정

$\mathrm{S}_2 - 2\mathrm{S}_1 = \sin\theta(1-\cos\theta)^2/\cos\theta$이다. 따라서 비는 $(\sin\theta/\theta)((1-\cos\theta)/\theta^2)^2/\cos\theta$이다.

결과 · 다음 연결

표준극한 1, 1/2, 1을 넣으면 1/4이다.

미적분 29번 해설

29번 | 정답 29 | 4점

R1. 접선의 기울기를 역함수의 대응값으로 바꾼다

조건

$f'(u)=1+1/u>0$, $f(1)=1$이므로 $a=g(b)>1$라 두면 $b=a+\ln a$이다.

사용 과정

$\mathrm{F}'(b)=g(b)=a$이다. $t=f(u)$로 치환하면 $\mathrm{F}(b)=\int_1^a u(1+1/u)\,du=(a^2-1)/2+(a-1)$이다.

결과 · 다음 연결

접선의 y절편은 $\mathrm{F}(b)-ab=-a^2/2+a-3/2-a\ln a$이다.

R2. 절편 조건으로 대응값을 유일하게 정한다

조건

$h(a)=-a^2/2+a-3/2-a\ln a$는 $a>1$에서 정의되고, 주어진 절편은 $-3/2-2\ln 2$이다.

사용 과정

$h'(a)=-a-\ln a<0$이므로 절편은 a에 따라 감소한다. $a=2$를 대입하면 주어진 절편과 같으므로 이것이 유일한 값이다.

결과 · 다음 연결

$b=2+\ln 2$이고 목표 적분의 대응 구간은 $1\le u\le 2$이다.

R3. 확정한 구간에서 두 번째 적분을 계산한다

조건

$t=u+\ln u$이면 $g(t)=u$, $dt=(1+1/u)\,du$이다.

사용 과정

$\int_1^b g(t)^2\,dt=\int_1^2 (u^2+u)\,du=7/3+3/2=23/6$이다.

결과 · 다음 연결

$p+q=6+23=29$이다.

미적분 30번 해설

30번 | 정답 43 | 4점

R1. 양수인 극값의 위치

조건

$f'(x) = e^{-x}\sin x(2\cos x - \sin x)$이다.

사용 과정

$f(x) > 0$이므로 $\sin x = 0$인 정지점은 제외한다. 나머지는 $\tan x = 2$이다. 첫 양수 해를 α라 하면 $0 < \alpha < \pi/2$이고 $a_n = \alpha + (n-1)\pi$이다.

결과 · 다음 연결

$\sin 2\alpha = 4/5$, $\cos 2\alpha = -3/5$이다.

R2. 반복되는 구간의 넓이 비

조건

$\sin^2(x+\pi) = \sin^2 x$이다.

사용 과정

$f(x+\pi) = e^{-\pi} f(x)$이므로 $b_n = b_1 r^{n-1}$, $r = e^{-\pi}$이다. 따라서 $\sum_{n=1}^{\infty} n b_n = b_1/(1-r)^2$이다. 이 공식은 $\sum_{n=1}^{\infty} n r^{n-1}$에서 r배를 빼어 얻는다.

결과 · 다음 연결

b_1을 α 이후 구간의 적분과 연결하면 된다.

R3. 한 구간의 넓이 계산

조건

$\sin^2 x = (1-\cos 2x)/2$이다.

사용 과정

부분적분을 두 번 하면 원시함수는 $\mathrm{H}(x) = e^{-x}(-1/2 + (\cos 2x - 2\sin 2x)/10)$이다. $\sin 2\alpha = 4/5$, $\cos 2\alpha = -3/5$를 넣으면 $\mathrm{H}(\alpha) = -18e^{-\alpha}/25$이다. 또한 $\mathrm{H}(\alpha+\pi) = r\,\mathrm{H}(\alpha)$이다.

결과 · 다음 연결

$b_1 = \mathrm{H}(\alpha+\pi) - \mathrm{H}(\alpha) = (18/25)e^{-\alpha}(1-r)$이다.

미적분 30번 해설

R4. 가중합의 목표 조합

조건

$a_1=\alpha$이고 $\sum_{n=1}^{\infty} nb_n = b_1/(1-r)^2$이다.

사용 과정

목표식은 $(1-r)e^{\alpha}\cdot(18/25)e^{-\alpha}/(1-r)=18/25$이다.

결과 · 다음 연결

$p+q=25+18=43$이다.

기하 해설

23번 | 정답 ④ | 2점

R1. 표준형의 계수

조건

$y^2=4px$에서초점은$(p,0)$이다.

사용 과정

$4p=20$이다.

결과 · 다음 연결

$p=5$이다.

24번 | 정답 ② | 3점

R1. 내적 전개

조건

$|2a+b|^2=4|a|^2+|b|^2+4a\cdot b$이다.

사용 과정

$36+4-8$을계산한다.

결과 · 다음 연결

32이다.

기하 25번 해설

25번 | 정답 ④ | 3점

R1. 내분비의 가중치

조건

AP:PB=2:1이다.

사용 과정

P=(A+2B)/3=(5,0,5)이다.

결과 · 다음 연결

좌표의합은10이다.

26번 | 정답 ① | 3점

R1. 초점 거리 차의 방향

조건

실축의반길이는3이고오른쪽가지에서는오른쪽초점에더가깝다.

사용 과정

PF′ -PF=6이므로PF′ =7+6이다.

결과 · 다음 연결

13이다.

기하 27번 해설

27번 | 정답 ③ | 3점

R1. 넓이의 비에서 각 복원

조건

정사영넓이=원래넓이 · $\cos\theta$ 이다.

사용 과정

$\cos\theta=2/3$이므로$\sin^2\theta=5/9$이다.

결과 · 다음 연결

$9\sin^2\theta=5$이다.

28번 | 정답 ⑤ | 4점

R1. 중점과 주어진 벡터를 같은 입력으로 표현

조건

a=OA벡터,b=OB벡터라두면OM=(a+b)/2,ON=2a-b이다.

사용 과정

수직조건에서(a+b) · (2a-b)=0이다. 전개하면$2|a|^2+a\cdot b-|b|^2=0$이다.

결과 · 다음 연결

$a\cdot b=25-18=7$이다.

R2. 목표 선분으로 변환

조건

AB벡터=b-a이다.

사용 과정

$AB^2=|a|^2+|b|^2-2a\cdot b=9+25-14$이다.

결과 · 다음 연결

20이다.

기하 28번 해설

R3. 삼각형 넓이로 수선의 길이 구하기

조건

앞에서a · b=7,AB² =20을얻었다.

사용 과정

삼각형OAB의넓이제곱은(|a|² |b|² -(a · b)²)/4=(225-49)/4=44이다. 거리h를높이로쓰면넓이제곱=(1/4)AB² h² 이다.

결과 · 다음 연결

h² =4 · 44/20=44/5이다.

29번 | 정답 67 | 4점

R1. 타원의 거리 합과 현의 양쪽 방향을 연결한다

조건

타원의 정의로 $\mathrm{PF_1}+\mathrm{PF_2}=\mathrm{QF_1}+\mathrm{QF_2}=2a$이다.

사용 과정

주어진 비에서 $\mathrm{PF_1}=a/2$, $\mathrm{PF_2}=3a/2$, $\mathrm{QF_1}=2a/3$, $\mathrm{QF_2}=4a/3$이다. 초점 $\mathrm{F_1}$은 타원의 내부에 있으므로 직선 위에서 $\mathrm{P}, \mathrm{F_1}, \mathrm{Q}$의 순서이고, $\angle \mathrm{PF_1F_2}=\theta$라 하면 $\angle \mathrm{QF_1F_2}=\pi-\theta$이다.

결과 · 다음 연결

두 삼각형에 같은 코사인을 부호만 바꾸어 사용할 수 있다.

R2. 두 삼각형의 코사인 관계에서 각을 없앤다

조건

$\mathrm{F_1F_2}=8$이다.

사용 과정

코사인법칙으로 $2a^2=64-8a\cos\theta$, $\frac{4}{3}a^2=64+\frac{32}{3}a\cos\theta$이다. 첫 식에 4/3을 곱한 뒤 둘째 식과 더하면 $4a^2=448/3$이다.

결과 · 다음 연결

$a^2=112/3$이다.

기하 29번 해설

R3. 초점 정보로 남은 축을 구하고 존재를 확인한다

조건

$a^2-b^2=16$이다.

사용 과정

$b^2=112/3-16=64/3$이다. 예를 들어 $\mathrm{P}=(-14/3,\,4\sqrt{5}/3)$, $\mathrm{Q}=(-28/9,\,-16\sqrt{5}/9)$는 이 타원 위에 있고, $\mathrm{P},\mathrm{F}_1,\mathrm{Q}$가 한 직선 위에 있으며 두 거리비를 만족한다.

결과 · 다음 연결

$p+q=3+64=67$이다.

30번 | 정답 27 | 4점

R1. 거리 조건과 부피를 좌표로 연결한다

조건

세 좌표가 양수이므로 세 좌표평면까지의 거리는 각각 x,y,z이다.

사용 과정

$x+y+z=6$, $x^2+y^2+z^2=14$이다. 수선의 발은 $\mathrm{A}=(x,0,0)$, $\mathrm{B}=(0,y,0)$, $\mathrm{C}=(0,0,z)$이므로 부피는 $xyz/6$이다.

결과 · 다음 연결

한 좌표 x를 정했을 때 나머지 좌표가 존재하는 범위를 먼저 구한다.

기하 30번 해설

R2. 나머지 두 양수 좌표의 존재 범위를 구한다

조건

$y+z=6-x$, $y^2+z^2=14-x^2$이다.

사용 과정

$yz=\{(6-x)^2-(14-x^2)\}/2=x^2-6x+11$이다. 두 실수 y, z가 존재하려면 판별식 $(y+z)^2-4yz=-3x^2+12x-8\geq 0$이어야 한다.

결과 · 다음 연결

$2-2/\sqrt{3}\leq x\leq 2+2/\sqrt{3}$이다. 이 범위에서 $y+z>0$, $yz=(x-3)^2+2>0$이므로 두 좌표가 모두 양수이다.

R3. 삼차식의 극값과 양 끝을 비교한다

조건

$xyz=x^3-6x^2+11x$이고 $x=2+s$라 두면 $|s|\leq 2/\sqrt{3}$이다.

사용 과정

곱은 $6-s+s^3$이고 도함수는 $3s^2-1$이다. $s=\pm 1/\sqrt{3}$와 양 끝 $s=\pm 2/\sqrt{3}$를 대입하면 값은 각각 $6\mp 2/(3\sqrt{3})$, $6\pm 2/(3\sqrt{3})$이다.

결과 · 다음 연결

최댓값은 $6+2/(3\sqrt{3})$이다. 예를 들어 $x=y=2-1/\sqrt{3}$, $z=2+2/\sqrt{3}$에서 달성된다.

R4. 부피로 환산한다

조건

부피는 세 좌표 곱의 $1/6$이다.

사용 과정

최대 부피는 $1+1/(9\sqrt{3})=1+\sqrt{3}/27$이다.

결과 · 다음 연결

$k=27$이다.