정답표와 예상 등급컷

정답표

공통과목

1번 ③ / 2번 ⑤ / 3번 ② / 4번 ④ / 5번 ①

6번 ③ / 7번 ③ / 8번 ② / 9번 ④ / 10번 ③

11번 ③ / 12번 ③ / 13번 ② / 14번 ④ / 15번 ①

16번 729 / 17번 57 / 18번 177 / 19번 14 / 20번 169

21번 10 / 22번 76

확률과 통계

23번 ② / 24번 ④ / 25번 ② / 26번 ③ / 27번 ①

28번 ③ / 29번 91 / 30번 25

미적분

23번 ③ / 24번 ② / 25번 ③ / 26번 ④ / 27번 ①

28번 ③ / 29번 29 / 30번 50

기하

23번 ③ / 24번 ⑤ / 25번 ② / 26번 ④ / 27번 ②

28번 ③ / 29번 24 / 30번 98

예상 등급컷

공통과목과 선택과목을 합한 100점 만점 원점수 기준입니다.

선택과목	1등급	2등급	3등급
확률과 통계	86점	78점	72점
미적분	84점	76점	70점
기하	86점	78점	72점

위 점수는 문항 구성과 예상 풀이 부담을 바탕으로 정한 제작자 예상치입니다. 실제 응시 결과에 따라 달라질 수 있습니다.

공통과목 해설

1번 | 정답 ③ | 2점

R1. 지수 계산

조건

$16 = 2^4$이다.

사용 과정

$16^{3/4} \div 2 = 2^3 \div 2$이다.

결과 · 다음 연결

값은 4이다.

2번 | 정답 ⑤ | 2점

R1. 다항함수 미분

조건

$x = 1$에서의 미분계수를 구한다.

사용 과정

$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 1$이므로 $f'(1) = 4 - 6 + 1$이다.

결과 · 다음 연결

답은 -1이다.

공통과목 3번 해설

3번 | 정답 ② | 3점

R1. 가운데 항의 관계

조건

$3+9=2\times6$이다.

사용 과정

첫째항을 A, 공차를 d라 두면 $a_3+a_9=2\mathrm{A}+10d=2a_6$이다.

결과 · 다음 연결

$a_6=15$이다.

4번 | 정답 ④ | 3점

R1. 연속 조건 적용

조건

$x=1$에서 극한값과 함숫값이 같아야 한다.

사용 과정

$x\neq1$에서 $f(x)=x+1$이므로 극한값은 2이다.

결과 · 다음 연결

$a=2$이다.

공통과목 5번 해설

5번 | 정답 ① | 3점

R1. 사분면으로 부호 결정

조건

θ는 제4사분면의 각이다.

사용 과정

$\sin^2\theta = 1 - 9/25 = 16/25$이고 $\sin\theta < 0$이므로 $\sin\theta = -4/5$이다.

결과 · 다음 연결

$5(-4/5 + 3/5) = -1$이다.

6번 | 정답 ③ | 3점

R1. 도함수의 두 근 이용

조건

$f'(x)$의 최고차항 계수는 3이고 두 근은 $1, 3$이다.

사용 과정

$f'(x) = 3(x-1)(x-3) = 3x^2 - 12x + 9$이다. $3x^2 - 6ax + b$와 비교하면 $a = 2$, $b = 9$이다.

결과 · 다음 연결

$f(2) = 8 - 24 + 18 + 1 = 3$이다.

공통과목 7번 해설

7번 | 정답 ③ | 3점

R1. 홀함수 적분 분리

조건

f는 홀함수이고 적분 구간은 원점에 대칭이다.

사용 과정

$\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 0$이고 $\int_{-2}^{2} x^2\,dx = 2\int_{0}^{2} x^2\,dx = 2[\frac{x^3}{3}]_0^2$이다.

결과 · 다음 연결

값은 16/3이다.

8번 | 정답 ② | 3점

R1. 공비와 첫째항 결정

조건

공비 r는 양수이며 $a_5/a_2 = r^3$이다.

사용 과정

$r^3 = 8$이므로 $r = 2$, $a_1 = 3$이다.

결과 · 다음 연결

합은 $3 + 6 + 12 + 24 = 45$이다.

공통과목 9번 해설

9번 | 정답 ④ | 4점

R1. 접점의 좌표를 미지수로 둔다

조건

접점의 x좌표가 주어지지 않았다.

사용 과정

이를 t라 두면 접선은 $y=(3t^2-3)x-2t^3$이다. $(1,2)$를 대입하면 $2t^3-3t^2+5=0$이다.

결과 · 다음 연결

접점 조건이 하나의 방정식으로 바뀐다.

R2. 실수 접점 후보 검사

조건

방정식은 $(t+1)(2t^2-5t+5)=0$이다.

사용 과정

이차식의 판별식은 $25-40=-15<0$이므로 실수 접점은 $t=-1$뿐이다.

결과 · 다음 연결

기울기는 $3(-1)^2-3=0$이다.

10번 | 정답 ③ | 4점

R1. 지수값의 곱을 원래 근의 합으로 옮긴다

조건

$u=2^x$는 양수이고 일대일 대응이다. 두 양의 근은 $2^{\alpha}, 2^{\beta}$이다.

사용 과정

$u^2-(a+1)u+4=0$의 근과 계수 관계로 $2^{\alpha+\beta}=4$이다.

결과 · 다음 연결

$\alpha+\beta=2$이며 제곱합 조건과 함께 사용한다.

공통과목 10번 해설

R2. 두 원상을 정한 뒤 계수로 복귀한다

조건

$\alpha^2+\beta^2=10$, $\alpha+\beta=2$이다.

사용 과정

$\alpha\beta=(4-10)/2=-3$이므로 두 근은 $-1, 3$이다. 따라서 $a+1=2^{-1}+2^{3}=17/2$이다.

결과 · 다음 연결

$2a=15$이다. 지수값 $1/2, 8$은 양의 서로 다른 두 근이므로 원래 조건도 만족한다.

11번 | 정답 ③ | 4점

R1. 각 이등분선에서 두 밑변의 비

조건

$\angle \mathrm{BAD}=\angle \mathrm{DAC}$이다.

사용 과정

삼각형 $\mathrm{ABD}, \mathrm{ACD}$의 넓이비는 같은 높이를 이용하면 $\mathrm{BD}:\mathrm{DC}$이고, 두 변과 끼인각을 이용하면 $\mathrm{AB}:\mathrm{AC}=5:7$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{BD}=10/3$, $\mathrm{DC}=14/3$이다.

R2. 두 코사인법칙에서 공통 각을 제거

조건

$\mathrm{AD}=r$, $\cos\angle \mathrm{ADB}=u$라 두면 $\cos\angle \mathrm{ADC}=-u$이다.

사용 과정

$25=r^2+100/9-(20/3)ru$, $49=r^2+196/9+(28/3)ru$이다. 첫 식에 7, 둘째 식에 5를 곱해 더하면 $420=12r^2+560/3$이다.

결과 · 다음 연결

$r^2=175/9$이므로 $9\mathrm{AD}^2=175$이다.

공통과목 12번 해설

12번 | 정답 ③ | 4점

R1. 적분으로 미정계수 결정

조건

$f'(x)=6x+a$, $f(0)=1$이다.

사용 과정

$f(x)=3x^2+ax+1$이다. $\int_0^2 f(x)\,dx=8+2a+2=16$에서 $a=3$이다.

결과 · 다음 연결

$f(x)=3x^2+3x+1$이다.

R2. 새 구간의 적분

조건

함수식이 정해졌다.

사용 과정

$\int_0^1 f(x)\,dx=1+3/2+1$이다.

결과 · 다음 연결

값은 $7/2$이다.

공통과목 13번 해설

13번 | 정답 ② | 4점

R1. 도함수에서 함수의 형태 복원

조건

두 극값 위치와 최고차항 계수가 주어졌다.

사용 과정

$f'(x)=3(x-1)(x-3)$이므로 $f(x)=x^3-6x^2+9x+\mathrm{C}$이다.

결과 · 다음 연결

$f(1)=\mathrm{C}+4$, $f(3)=\mathrm{C}$이다.

R2. 후보를 부호 조건으로 선택

조건

$\mathrm{C}(\mathrm{C}+4)=0$이다.

사용 과정

$\mathrm{C}=0$ 또는 $\mathrm{C}=-4$이다. $f(0)=\mathrm{C}<0$이므로 $\mathrm{C}=-4$이다.

결과 · 다음 연결

$f(2)=8-24+18-4=-2$이다.

14번 | 정답 ④ | 4점

R1. 원주각에서 두 변의 길이 결정

조건

삼각형 ABC는 각 A가 직각이다. P는 반대쪽 호 위에 있다.

사용 과정

원주각의 관계로 $\angle\mathrm{BPC}=\pi/2$이다. $\mathrm{BP}=u$, $\mathrm{PC}=2u$라 두면 $5u^2=\mathrm{BC}^2=25$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{BP}=\sqrt{5}$, $\mathrm{PC}=2\sqrt{5}$이다.

공통과목 14번 해설

R2. 좌표로 같은 길이 정보를 연결

조건

$\mathrm{B}=(0,0)$, $\mathrm{C}=(5,0)$으로 놓고 A가 위쪽에 있도록 좌표를 잡는다.

사용 과정

$\mathrm{AB}=3$, $\mathrm{AC}=4$에서 $\mathrm{A}=(9/5,12/5)$이다. $\mathrm{PB}^2=5$, $\mathrm{PC}^2=20$인 두 식을 빼면 P의 x좌표는 1이다.

P는 A와 반대쪽 호에 있으므로 $\mathrm{P}=(1,-2)$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{AP}^2=(9/5-1)^2+(12/5+2)^2=20$이다.

15번 | 정답 ① | 4점

R1. 같은 높이의 정지점에서 인수형을 만든다

조건

$f(0)=f(4)$이고 $f'(0)=f'(4)=0$이다.

사용 과정

$f(x)-f(0)$은 $0,4$를 각각 중근으로 가지며 최고차항 계수가 1인 사차식이다. 따라서 $f(x)-f(0)=x^2(x-4)^2$이다.

결과 · 다음 연결

$f(x)=(x-2)^4-8(x-2)^2+k$로 쓸 수 있다. 여기서 $k=f(0)+16$이다.

R2. 두 수평선의 교점 수를 함께 센다

조건

두 극소값은 $k-16$, 극대값은 k이다.

사용 과정

$y=f(x)$와 높이 h인 직선의 교점 수는 $h<k-16$이면 0, $h=k-16$이면 2, $k-16<h<k$이면 4, $h=k$이면 3, $h>k$이면 2이다.

$|f(x)|=1$은 서로 겹치지 않는 두 방정식 $f(x)=1$, $f(x)=-1$로 나뉜다. 합이 7이려면 교점 수

공통과목 15번 해설

가3과4이어야 한다.

$k=-1$이면 높이1은 극대값보다 커서2개가 되므로 맞지 않는다. $k=1$이면 높이1에서3개, 높이-1에서4개로 합이7이다.

결과 · 다음 연결

$k=1$이다. 따라서 $f(3)=1-8+1=-6$이다.

16번 | 정답 729 | 3점

R1. 로그를 지수로 바꾸기

조건

$\log_3 a=2$이다.

사용 과정

$a=9$이며 $\log_a b=3$에서 $b=a^3$이다.

결과 · 다음 연결

$b=9^3=729$이다.

17번 | 정답 57 | 3점

R1. 전개하여 적분

조건

구간은 $[0,3]$이다.

사용 과정

$(2x+1)^2=4x^2+4x+1$이므로 적분값은 $[\frac{4}{3}x^3+2x^2+x]_0^3$이다.

결과 · 다음 연결

$36+18+3=57$이다.

공통과목 18번 해설

18번 | 정답 177 | 3점

R1. 이전 항을 거꾸로 구하는 조건

조건

다음 항이 자연수 b일 때 이전 항을 구한다.

사용 과정

이전 항이 짝수이면 $2b$이다. 이전 항이 홀수이면 $b-3$이며, 이 값이 양의 홀수인 경우만 허용된다.

결과 · 다음 연결

두 역방향 후보의 허용 조건을 유지한다.

R2. 다섯 번 거슬러 올라간 뒤 범위를 적용

조건

$a_6=3$이다.

사용 과정

a_5 후보는 $\{6\}$, a_4 후보는 $\{3,12\}$, a_3 후보는 $\{6,9,24\}$이다.

a_2 후보는 $\{3,12,18,21,48\}$이다. 여기서 역방향 규칙을 다시 적용하면 a_1 후보는 $\{6,9,15,24,36,42,45,96\}$이다.

첫째항은 50 이하이므로 96을 제외한다.

결과 · 다음 연결

합은 $6+9+15+24+36+42+45=177$이다.

공통과목 19번 해설

19번 | 정답 14 | 3점

R1. 유한한 극한으로 영점 확인

조건

분모가 0으로 가는데 극한은 유한하다.

사용 과정

$f(3)=0$이어야 한다. 따라서 $f(x)=(x-3)(x-a)$로 놓을 수 있다.

결과 · 다음 연결

극한값은 $3-a=5$이므로 $a=-2$이다.

R2. 함숫값 계산

조건

$f(x)=(x-3)(x+2)$이다.

사용 과정

$f(5)=2\cdot 7$이다.

결과 · 다음 연결

답은 14이다.

20번 | 정답 169 | 4점

R1. 적용 범위를 지키며 첫 항을 정한다

조건

부분합 식은 $n\ge 2$에서만 주어졌다.

사용 과정

$2+a_2=a_2/2+6/4+5/2=a_2/2+4$에서 $a_2=4$이다. $n=1$에는 부분합 식을 적용하지 않는다.

결과 · 다음 연결

$p=4$이다.

공통과목 20번 해설

R2. 안내된 차를 실제 항 관계로 바꾼다

조건

$n \geq 2$에서 두 부분합 식을 모두 쓸 수 있다.

사용 과정

$a_{n+1} = (a_{n+1} - a_n)/2 + (n+1)/2$이므로 $a_n + a_{n+1} = n+1$이다. 다음 식과 빼면 $a_{n+2} - a_n = 1$이다.

결과 · 다음 연결

$f(n) = n+1$, $a_3 = 3 - a_2 = -1$이다.

R3. 두 부분수열을 목표의 계수에 맞춘다

조건

$a_2 = 4$, $a_3 = -1$이고 두 칸마다 1씩 증가한다.

사용 과정

$k \geq 1$에서 $a_{2k} = k+3$, $a_{2k+1} = k-2$이다. 따라서 $\mathrm{T} = \sum_{k=1}^{10} (3k-1) = 155$이다.

결과 · 다음 연결

$p + f(9) + q = 4 + 10 + 155 = 169$이다. 합 공식은 $n = 2$에서 성립하고 각 차도 일치하므로 모든 $n \geq 2$에서 성립한다.

공통과목 21번 해설

21번 | 정답 10 | 4점

R1. 유한한 극한과 연속에서 세 근을 확보한다

조건

$0<t<4$이고 g는 연속이다. 분모가 0인 $0, 4$에서도 몫의 극한값이 존재한다.

사용 과정

$g(0)=g(4)=0$이어야 하므로 $f(0)=f(4)=0$이다. 경계 t의 연속조건은 $f(t)=-f(t)$이므로 $f(t)=0$이다.

결과 · 다음 연결

서로 다른 세 근과 최고차항 계수에 의해 $f(x)=x(x-4)(x-t)$이다. $f(2)=4(t-2)>0$에서 $2<t<4$이다.

R2. 경계를 나누어 적분 조건을 만든다

조건

$g=f$인 구간은 $[0,t]$, $g=-f$인 구간은 $[t,4]$이다.

사용 과정

$\mathrm{F}(x)=x^4/4-(4+t)x^3/3+2tx^2$라 두면 $\int_0^4 g=2\mathrm{F}(t)-\mathrm{F}(4)=-t^4/6+4t^3/3-32t/3+64/3$이다.

결과 · 다음 연결

$s=t-2$로 놓으면 $0<s<2$이고 적분값은 $8+4s^2-s^4/6$이다.

R3. 제곱의 후보를 범위로 선택하고 전점 조건을 확인한다

조건

$8+4s^2-s^4/6=71/6$이다.

사용 과정

$s^4-24s^2+23=(s^2-1)(s^2-23)=0$이다. $0<s<2$이므로 $s=1$, $t=3$이다. 이때 $x\neq 0, 4$에서 $g(x)/\{x(x-4)\}=-|x-3|$이므로 제외점과 경계에서도 모든 극한값이 존재한다.

결과 · 다음 연결

$f(5)=5(5-4)(5-3)=10$이다.

공통과목 22번 해설

22번 | 정답 76 | 4점

R1. 지수값을 네 양수 근으로 바꾼다

조건

$u=2^x$는 엄격히 증가하며 항상 양수이다.

사용 과정

$u_i=2^{x_i}$라 놓으면 $0<u_1<u_2<u_3<u_4$이다. 위로 볼록한 이차함수 u^2-au+b의 높이 c에서 생기는 두 근이 바깥쪽 u_1,u_4, 높이 $-c$의 두 근이 안쪽 u_2,u_3이다.

결과 · 다음 연결

$u_1+u_4=u_2+u_3=a$이다.

R2. 로그로 주어진 합을 곱으로 바꾼다

조건

세 근의 합 조건이 주어져 있다.

사용 과정

$u_1u_2=2$, $u_1u_4=5$, $u_2u_3=8$이다. 근과 계수에서 $b-c=5$, $b+c=8$이므로 $b^2-c^2=40$이다.

결과 · 다음 연결

남은 목표는 a^2이다.

R3. 같은 합에 서로 다른 곱을 결합

조건

$u_1=r>0$라 두면 $u_2=2/r$, $u_4=5/r$, $u_3=4r$이다.

사용 과정

$u_1+u_4=u_2+u_3$에서 $r+5/r=2/r+4r$, 따라서 $r^2=1$이고 $r=1$이다. 네 값은 $1,2,4,5$로 순서 조건을 만족한다.

결과 · 다음 연결

$a=6$, $b=13/2$, $c=3/2$이다. 구하는 값은 $36+40=76$이다.

확률과 통계 해설

23번 | 정답 ② | 2점

R1. 목표 차수 찾기

조건

$2x^{-1}$을 k번 택한 항의 차수는 $12-3k$이다.

사용 과정

$12-3k=3$에서 $k=3$이다. 계수는 ${}_6\mathrm{C}_3\,2^3$이다.

결과 · 다음 연결

$20\times 8=160$이다.

24번 | 정답 ④ | 3점

R1. 독립을 교집합에 적용

조건

$\mathrm{P}(\mathrm{B})=p$라 두면 $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=p/2$이다.

사용 과정

$1/2+p-p/2=3/4$를 풀면 $p/2=1/4$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{P}(\mathrm{B})=1/2$이다.

확률과 통계 25번 해설

25번 | 정답 ② | 3점

R1. 표본평균의 표준편차

조건

모표준편차는 4, 표본크기는 4이다.

사용 과정

$\overline{X}$의 표준편차는 $4/\sqrt{4}=2$이다. 따라서 구할 확률은 $\mathrm{P}(-1\le Z\le 1)$이다.

결과 · 다음 연결

대칭성으로 $2\times 0.3413=0.6826$이다.

26번 | 정답 ③ | 3점

R1. 첫 색에 따른 주머니 상태

조건

첫 흰 공 확률은 $3/5$, 첫 검은 공 확률은 $2/5$이다.

사용 과정

흰 공을 꺼내면 흰2 · 검3이 되어 같은 색 두 공 확률은 $(1+3)/10=2/5$이다. 검은 공을 꺼내면 흰4 · 검1이 되어 그 확률은 $6/10=3/5$이다.

결과 · 다음 연결

두 경로의 확률은 각각 $6/25$로 같다.

확률과 통계 26번 해설

R2. 조건부확률

조건

같은 색 두 공이 나온 경로만 남긴다.

사용 과정

분자는 $6/25$, 분모는 $6/25+6/25$이다.

결과 · 다음 연결

조건부확률은 $1/2$이다.

27번 | 정답 ① | 3점

R1. 한 시행의 확률과 점수 변환

조건

두 장을 뽑는 방법은 10가지이다.

사용 과정

곱이 3의 배수이려면 3이 적힌 카드가 있어야 하므로 4가지이다. 1점을 얻은 횟수를 Y라 두면 Y는 $\mathrm{B}(n, 2/5)$를 따르고 $\mathrm{X}=2\mathrm{Y}-n$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{E}(\mathrm{X})=-n/5$, $\mathrm{V}(\mathrm{X})=4n(2/5)(3/5)=24n/25$이다.

R2. 분산에서 시행 수를 복원

조건

$\mathrm{V}(\mathrm{X})=24$이다.

사용 과정

$n=25$이고 $\mathrm{E}(\mathrm{X})=-5$이다. $\mathrm{E}(\mathrm{X}^2)=\mathrm{V}(\mathrm{X})+\{\mathrm{E}(\mathrm{X})\}^2$를 쓴다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{E}(\mathrm{X}^2)=24+25=49$이다.

확률과 통계 28번 해설

28번 | 정답 ③ | 4점

R1. 두 상자씩 합을 기준으로 나눈다

조건

A, B의 공 수를 a, b, C, D를 c, d라 두면 $a+b+c+d=8$이다.

사용 과정

$s=a+b$로 분류한다. $a>b$, $0 \le a, b \le 4$이므로 $s=1,2,3,4,5,6$일 때 (a,b)의 수는 각각 $1,1,2,2,2,1$이다. $s \ge 7$이면 $c+d \le 1$이므로 불가능하다.

결과 · 다음 연결

각 경우에서 $c+d=8-s$를 사용한다.

R2. 나머지 두 상자의 허용 쌍을 센다

조건

$1 \le c, d \le 4$이다.

사용 과정

$s=1,2,3,4,5,6$에 대응하는 (c,d)의 수는 각각 $2,3,4,3,2,1$이다.

결과 · 다음 연결

총수는 $1 \cdot 2+1 \cdot 3+2 \cdot 4+2 \cdot 3+2 \cdot 2+1 \cdot 1=24$이다.

확률과 통계 29번 해설

29번 | 정답 91 | 4점

R1. 두 값 분포의 미지수를 결정

조건

$\mathrm{P}(\mathrm{X}=b)=r$라 두면 $1+(b-1)r=3$이다.

사용 과정

$\mathrm{E}(\mathrm{X}^2)=\mathrm{V}(\mathrm{X})+\mathrm{E}(\mathrm{X})^2=21$이므로 $1+(b^2-1)r=21$이다. 두 식에서 $(b-1)r=2$, $(b^2-1)r=20$을 나누면 $b+1=10$이다.

결과 · 다음 연결

$b=9$, $r=1/4$이다.

R2. 표본 크기를 구하고 합 조건으로 바꾼다

조건

$\mathrm{V}(\overline{\mathrm{X}})=12/n=3$이다.

사용 과정

$n=4$이다. 네 값의 평균이 3이면 합은 12이다. 9가 k번 나오면 합은 $9k+(4-k)=4+8k$이므로 $k=1$이다.

결과 · 다음 연결

구할 확률은 ${}_4\mathrm{C}_1(1/4)(3/4)^3=27/64$이다. 따라서 $p+q=91$이다.

확률과 통계 30번 해설

30번 | 정답 25 | 4점

R1. 합 조건을 만족하는 네 함수값을 센다

조건

각 함수는 네 값 $(a,b,c,d)=(f(1),f(2),f(3),f(4))$에 일대일 대응한다.

사용 과정

$1\le a,b,c,d\le 4$이고 합이 10이다. $a+b=2,3,4,5,6,7,8$인 쌍의 수는 각각 $1,2,3,4,3,2,1$이다. $c+d=10-a-b$인 쌍의 수와 곱해 더한다.

결과 · 다음 연결

조건을 만족하는 함수는 44개이다.

R2. 앞의 두 함수값에 따라 합성 조건을 검사

조건

$a\neq b$인 순서쌍을 고정하면 $c+d=10-a-b$이다.

사용 과정

a,b가 $1,2$ 중 하나이면 $f(a),f(b)$에는 이미 정한 a,b가 다시 들어간다. a 또는 b가 $3,4$이면 각각 c,d를 넣어야 한다.

허용되는 $(a,b)=(1,2)$: 0개, $(a,b)=(1,3)$: 0개, $(a,b)=(1,4)$: 1개, $(a,b)=(2,1)$: 0개, $(a,b)=(2,3)$: 1개, $(a,b)=(2,4)$: 0개, $(a,b)=(3,1)$: 1개, $(a,b)=(3,2)$: 1개, $(a,b)=(3,4)$: 0개, $(a,b)=(4,1)$: 1개, $(a,b)=(4,2)$: 1개, $(a,b)=(4,3)$: 0개이다.

결과 · 다음 연결

이 수들을 합하면 6개이다. 따라서 확률은 $\frac{3}{22}$이고 $p+q=25$이다.

미적분 해설

23번 | 정답 ③ | 2점

R1. 가장 빠른 지수로 나눈다

조건

분자와 분모에 4^n이 있다.

사용 과정

분자와 분모를 4^n으로 나누면 $(5-(1/2)^n)/(2+(3/4)^n)$이다.

결과 · 다음 연결

두 비율의 거듭제곱은 0으로 가므로 극한은 $5/2$이다.

24번 | 정답 ② | 3점

R1. 계수를 정하고 곱을 미분

조건

$f(0)=b=2$이다.

사용 과정

$f'(x)=\{x^2+(a+2)x+a+b\}e^x$이므로 $a+b=0$에서 $a=-2$이다.

결과 · 다음 연결

$f'(x)=x^2e^x$이고 $f'(1)=e$이다.

미적분 25번 해설

25번 | 정답 ③ | 3점

R1. 분모의 안쪽을 새 변수로 둔다

조건

$u = 1 + \cos x$라 두면 $du = -\sin x\,dx$이다.

사용 과정

$x = 0, \pi/2$일 때 $u = 2, 1$이다. 따라서 적분은 $\int_1^2 u^{-2}\,du = [-1/u]_1^2$이다.

결과 · 다음 연결

값은 $1/2$이다.

26번 | 정답 ④ | 3점

R1. 대응하는 원래 입력 찾기

조건

$f(1) = 1$이고 $f'(x) = 1 + 1/x > 0$이다.

사용 과정

$g(1) = 1$이다. $f(g(x)) = x$를 미분하면 $f'(g(x))g'(x) = 1$이므로 $g'(1) = 1/2$이다.

결과 · 다음 연결

같은 관계를 한 번 더 미분한다.

R2. 이계도함수 관계

조건

$f''(1) = -1$이다.

사용 과정

$f''(g(x))(g'(x))^2 + f'(g(x))g''(x) = 0$에 $x = 1$을 넣으면 $-1/4 + 2g''(1) = 0$이다.

결과 · 다음 연결

$g''(1) = 1/8$이므로 구하는 값은 $2 + 1 = 3$이다.

미적분 27번 해설

27번 | 정답 ① | 3점

R1. 접선의 방향으로 매개변수 결정

조건

$dx/dt = 1 - \cos t > 0$이다.

사용 과정

기울기가1이므로 $\sin t = 1 - \cos t$이다. 반각을 사용하면 $2\sin(t/2)\cos(t/2) = 2\sin^2(t/2)$이다. $\sin(t/2) > 0$이므로 $\cos(t/2) = \sin(t/2)$이다.

결과 · 다음 연결

$t = \pi/2$로 정해진다.

R2. 접점과 접선식을 연결

조건

접점은 $(\pi/2 - 1, 1)$이고 기울기는1이다.

사용 과정

접선은 $y = x + 2 - \pi/2$이므로 $b = 2 - \pi/2$이다.

결과 · 다음 연결

$2b + \pi = 4$이다.

미적분 28번 해설

28번 | 정답 ③ | 4점

R1. 절댓값이 바뀌는 위치를 나타낸다

조건

$\sin\alpha = t$이고 $0 < \alpha < \pi/2$인 α를 둔다.

사용 과정

$[0, \alpha]$, $[\pi-\alpha, \pi]$에서는 $\sin x \le t$이고 가운데에서는 반대이다. 구간을 나누어 적분하면 $\mathrm{F}(t) = 4\cos\alpha - 2 + t(4\alpha - \pi)$이다.

결과 · 다음 연결

경계가 t에 따라 움직인다는 점을 유지한다.

R2. 경계 변화 항의 상쇄

조건

$\sin\alpha = t$이다.

사용 과정

위 식을 미분하면 $\alpha'(t)$가 곱해진 항은 $-4\sin\alpha\,\alpha' + 4t\alpha' = 0$이다. 따라서 $\mathrm{F}'(t) = 4\alpha - \pi$이다.

결과 · 다음 연결

$4\alpha - \pi = \pi/3$에서 $\alpha = \pi/3$, $a = \sqrt{3}/2$이다.

R3. 원래 넓이식에 대입

조건

$\cos(\pi/3) = 1/2$이다.

사용 과정

$\mathrm{F}(a) = 2 - 2 + (\sqrt{3}/2)(\pi/3) = \pi\sqrt{3}/6$이다.

결과 · 다음 연결

답은 $\sqrt{3}/6$이다.

미적분 29번 해설

29번 | 정답 29 | 4점

R1. 적분값의 부호가 바뀌는 항 찾기

조건

적분으로 일반항을 구하면 부호를 확인할 수 있다.

사용 과정

$a_n = 1/n - \frac{9}{4(n+1)} + \frac{5}{4(n+2)} = \frac{8-n}{4n(n+1)(n+2)}$이다.

결과 · 다음 연결

$1 \le n \le 7$에서 양수, $n = 8$에서 0, $n \ge 9$에서 음수이다.

R2. 유한 부분합과 전체 합 구하기

조건

부분분수로 분해된 세 합에서 중간항이 상쇄된다.

사용 과정

$\sum_{n=1}^{N} a_n = \frac{3}{8} - \frac{1}{N+1} + \frac{5}{4(N+2)}$이다. 따라서 전체 합은 $3/8$, 첫 7항의 합은 $3/8 - 1/8 + 5/36 = 7/18$이다.

결과 · 다음 연결

절댓값의 합은 $2 \cdot 7/18 - 3/8 = 29/72$이고 답은 29이다.

미적분 30번 해설

30번 | 정답 50 | 4점

R1. 절댓값의 두 가지 부호를 근의 위치와 연결

조건

$f(0)=-a>0$이고 $f(x)$의 부호는 $x-a$의 부호이다.

사용 과정

$f'(x)=(a+1-x)e^{-x}$이므로 $x=a$ 왼쪽에는 $|f(x)|=-a$의 근이 하나 있고, 오른쪽의 양의 봉우리에는 닿아야 두 근이 있다. 세 근이 있으므로 가장 작은 근 $-t$에서는 $f(-t)=a$, 두 근 $0, t$에서는 $f=-a$이다.

결과 · 다음 연결

$(-t-a)e^{t}=a$, $(t-a)e^{-t}=-a$이다.

R2. 간격과 지수비의 관계

조건

$\mathrm{A}=-a>0$, $z=e^{t}>1$로 놓는다.

사용 과정

두 식은 $(t-\mathrm{A})z=\mathrm{A}$, $t+\mathrm{A}=\mathrm{A}z$이다. 따라서 $\mathrm{A}=tz/(z+1)=t/(z-1)$이다.
$z/(z+1)=1/(z-1)$을 풀면 $z^{2}-2z-1=0$이다.

결과 · 다음 연결

$z>1$이므로 $z=1+\sqrt{2}$, $t=\ln(1+\sqrt{2})$이고 $\mathrm{A}=t/\sqrt{2}$이다.

R3. 근의 수와 최종값 확인

조건

$a=-t/\sqrt{2}$이고 $0<t<1$이다.

사용 과정

도함수의 부호는 $x=a+1$을 기준으로 한 번 바뀐다. 위에서 구한 서로 다른 세 근은 각 단조 구간에 하나씩 놓이며 추가 근은 없다.

결과 · 다음 연결

$a^{2}=t^{2}/2$이므로 구하는 값은 50이다.

기하 해설

23번 | 정답 ③ | 2점

R1. 초점거리

조건

$a^2=25,\ b^2=9$이다.

사용 과정

$c^2=a^2-b^2=16$이므로 두 초점은 $(\pm 4, 0)$이다.

결과 · 다음 연결

두 초점 사이의 거리는 8이다.

24번 | 정답 ⑤ | 3점

R1. 벡터 크기의 제곱 전개

조건

각 벡터의 크기와 내적이 주어졌다.

사용 과정

$|2\vec{a}-\vec{b}|^2=4|\vec{a}|^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$이다.

결과 · 다음 연결

$36+4+4=44$이다.

기하 25번 해설

25번 | 정답 ② | 3점

R1. 초점까지 거리의 차

조건

두 초점은 $\mathrm{F}=(5,0)$, $\mathrm{F}'=(-5,0)$이다.

사용 과정

오른쪽 가지에서 $\mathrm{PF}'-\mathrm{PF}=6$이므로 $\mathrm{PF}'=10$이다.

결과 · 다음 연결

두 거리의 제곱을 빼서 좌표를 구한다.

R2. 거리식의 공통 항 제거

조건

$\mathrm{P}=(a,b)$라 놓는다.

사용 과정

$(a+5)^2+b^2-\{(a-5)^2+b^2\}=100-16$이므로 $20a=84$이다.

결과 · 다음 연결

$5a=21$이다.

기하 26번 해설

26번 | 정답 ④ | 3점

R1. 기울기를 미지수로 접선 표시

조건

$y=mx+k$를 포물선에 넣으면 접점에서 중근을 갖는다.

사용 과정

접선은 $y=mx+2/m$이다. $m=0$인 수평접선은 없으므로 이 식을 사용할 수 있다. $(2,8)$을 넣으면 $m^2-4m+1=0$이다.

결과 · 다음 연결

기울기의 합은 4, 곱은 1이다.

R2. 묻는 조합만 계산

조건

$m_1^2+m_2^2=(m_1+m_2)^2-2m_1m_2$이다.

사용 과정

$16-2=14$이다. 판별식이 $12>0$이므로 서로 다른 두 접선이 실제로 있다.

결과 · 다음 연결

답은 14이다.

기하 27번 해설

27번 | 정답 ② | 3점

R1. 꼭짓점의 정사영 위치

조건

D에서 평면 ABC에 내린 수선의 발을 H라 하자.

사용 과정

$\mathrm{DA}=\mathrm{DB}=\mathrm{DC}$이므로 $\mathrm{HA}=\mathrm{HB}=\mathrm{HC}$이다. 따라서 H는 정삼각형 ABC의 중심이고, A,B는 정사영해도 움직이지 않는다.

결과 · 다음 연결

정사영 도형은 삼각형 ABH이다.

R2. 중심이 나누는 넓이

조건

정삼각형의 중심과 세 꼭짓점을 연결하면 넓이가 같은 세 삼각형이 생긴다.

사용 과정

$[\mathrm{ABC}]=\sqrt{3}\cdot 6^2/4=9\sqrt{3}$이다.

결과 · 다음 연결

$[\mathrm{ABH}]=3\sqrt{3}$이다.

기하 28번 해설

28번 | 정답 ③ | 4점

R1. 두 내적 조건을 자취로 바꾼다

조건

$\mathrm{P}=(x,y)$라 둔다.

사용 과정

$\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}=x^2+y^2-4=5$이므로 자취는 반지름 3인 원이다. 다른 조건은 $|x+2y-1|=k$이므로 두 평행선 $x+2y=1+k$, $x+2y=1-k$이다.

결과 · 다음 연결

두 직선과 원의 교점 수를 합한다.

R2. 세 교점의 접선·할선 배치

조건

$k>0$이므로 두 직선은 다르다.

사용 과정

정확히 세 점이면 한 직선은 접선이고 다른 직선은 두 점에서 만난다. 원점에서의 거리는 각각 $|1+k|/\sqrt{5}$, $|1-k|/\sqrt{5}$이다.

결과 · 다음 연결

$k=3\sqrt{5}-1$일 때 첫 직선은 접하고 둘째는 원을 가른다. $k=3\sqrt{5}+1$에서는 둘째만 접하고 첫째는 만나지 않으므로 제외한다.

기하 29번 해설

29번 | 정답 24 | 4점

R1. 초점 거리에서 P의 가로좌표

조건

$a^2-b^2=8$이고 두 초점까지 거리의 합은 $2a$이다.

사용 과정

$\mathrm{PF}_2=a/2$, $\mathrm{PF}_1=3a/2$이다. $\mathrm{P}=(u,v)$라 두고 거리 제곱을 빼면 $8\sqrt{2}\,u=2a^2$이다.

결과 · 다음 연결

$u=a^2/(4\sqrt{2})$이다.

R2. 접선의 절편과 타원 조건 결합

조건

접선식은 $ux/a^2+vy/b^2=1$이다.

사용 과정

$(0,4)$를 대입하면 $v=b^2/4$이다. P가 타원 위이므로 $a^2/32+b^2/16=1$이다. $b^2=a^2-8$을 대입하면 $3a^2=48$이다.

결과 · 다음 연결

$a^2=16$, $b^2=8$이며 합은 24이다. $\mathrm{P}=(2\sqrt{2},2)$가 원조건을 만족한다.

기하 30번 해설

30번 | 정답 98 | 4점

R1. 두 직각 조건을 좌표의 조건으로 바꾼다

조건

$\mathrm{P}=(u,v,w)$이고 $\mathrm{OP}=5$이다.

사용 과정

직각삼각형 OPA에서 $\mathrm{PA}^2+25=\mathrm{OA}^2$이다. 거리식을 전개하면 $w=4$이다. 같은 방법으로 Q의 x좌표는4이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{P}=(u,v,4)$, $\mathrm{Q}=(4,s,t)$라 두면 $u^2+v^2=9$, $s^2+t^2=9$이다.

R2. 한 점을 고정하여 다른 점의 범위를 이용

조건

거리식을 전개하면 $\mathrm{PQ}^2=50-8u-2(vs+4t)$이다.

사용 과정

$(vs+4t)^2+(vt-4s)^2=(v^2+16)(s^2+t^2)=9(25-u^2)$이므로 $vs+4t\geq -3\sqrt{25-u^2}$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{PQ}^2\leq 50-8u+6\sqrt{25-u^2}$이고 $-3\leq u\leq 3$이다.

R3. 남은 좌표의 허용 범위로 상한 확인

조건

$u\geq -3$이므로 $4u+24>0$이다.

사용 과정

$(4u+24)^2-9(25-u^2)=(u+3)(25u+117)\geq 0$이다. 양변이 음이 아니므로 $3\sqrt{25-u^2}\leq 4u+24$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{PQ}^2\leq 50-8u+2(4u+24)=98$이다.

기하 30번 해설

R4. 상한을 실제로 만드는 두 점 확인

조건

$\mathrm{P}=(-3,0,4)$, $\mathrm{Q}=(4,0,-3)$를 택한다.

사용 과정

두 점은 구와 직각 조건을 모두 만족한다. 또한 $\mathrm{PQ}^2=7^2+(-7)^2=98$이다.

결과 · 다음 연결

따라서 최댓값은 98이다.