정답표와 예상 등급컷

정답표

공통과목

1번 ④ / 2번 ③ / 3번 ③ / 4번 ⑤ / 5번 ④

6번 ④ / 7번 ① / 8번 ③ / 9번 ⑤ / 10번 ②

11번 ③ / 12번 ③ / 13번 ① / 14번 ⑤ / 15번 ②

16번 24 / 17번 12 / 18번 15 / 19번 15 / 20번 44

21번 288 / 22번 134

확률과 통계

23번 ④ / 24번 ③ / 25번 ② / 26번 ④ / 27번 ③

28번 ③ / 29번 336 / 30번 437

미적분

23번 ④ / 24번 ② / 25번 ② / 26번 ③ / 27번 ④

28번 ③ / 29번 4 / 30번 13

기하

23번 ④ / 24번 ① / 25번 ③ / 26번 ⑤ / 27번 ②

28번 ④ / 29번 7 / 30번 28

예상 등급컷

공통과목과 선택과목을 합한 100점 만점 원점수 기준입니다.

선택과목	1등급	2등급	3등급
확률과 통계	88점	80점	72점
미적분	86점	80점	72점
기하	86점	80점	72점

위 점수는 문항 구성과 예상 풀이 부담을 바탕으로 정한 제작자 예상치입니다. 실제 응시 결과에 따라 달라질 수 있습니다.

공통과목 해설

1번 | 정답 ④ | 2점

R1. 로그의 정의

조건

$2^3 = 8,\ 4^2 = 16$이다.

사용 과정

두 로그의 값은 각각 $3, 2$이다.

결과 · 다음 연결

합은 5이다.

2번 | 정답 ③ | 2점

R1. 미분계수 계산

조건

$x = 2$에서의 미분계수를 구한다.

사용 과정

$f'(x) = 6x^2 - 10x$에 $x = 2$를 대입한다.

결과 · 다음 연결

$24 - 20 = 4$이다.

공통과목 3번 해설

3번 | 정답 ③ | 3점

R1. 두 합에서 공차 결정

조건

첫째항을 A, 공차를 d라 둔다.

사용 과정

$2\mathrm{A}+9d=20$, $2\mathrm{A}+19d=40$이므로 $d=2$, $\mathrm{A}=1$이다.

결과 · 다음 연결

제11항은 $\mathrm{A}+10d=21$이다.

4번 | 정답 ⑤ | 3점

R1. 인수분해하여 극한 계산

조건

분자와 분모가 모두 0으로 간다.

사용 과정

$x^3-8=(x-2)(x^2+2x+4)$이므로 $x\neq 2$에서 약분한다.

결과 · 다음 연결

극한은 $4+4+4=12$이다.

공통과목 5번 해설

5번 | 정답 ④ | 3점

R1. 범위와 탄젠트의 부호

조건

주어진 범위에서 탄젠트가 음수이므로 제2사분면이다.

사용 과정

따라서 $\theta = 2\pi/3$이며 $\sin\theta = \sqrt{3}/2$, $\cos\theta = -1/2$이다.

결과 · 다음 연결

차는 $(\sqrt{3}+1)/2$이다.

6번 | 정답 ④ | 3점

R1. 끝점과 극값 후보 비교

조건

닫힌구간에서 연속인 함수의 최솟값을 구한다.

사용 과정

$f'(x) = 3(x-1)(x+1)$이므로 구간 내부의 후보는 $x = 1$이다. $f(0) = 0$, $f(1) = -2$, $f(2) = 2$이다.

결과 · 다음 연결

최솟값은 -2이다.

공통과목 7번 해설

7번 | 정답 ① | 3점

R1. 부호에 따라 적분 분리

조건

두 구간의 부호가 알려져 있다.

사용 과정

$\int_0^3 |f| = \int_0^2 f - \int_2^3 f$이다.

결과 · 다음 연결

$3-(-2)=5$이다.

8번 | 정답 ③ | 3점

R1. 공비의 두 후보

조건

공비를 r라 두면 $a_1 = 8/r,\ a_3 = 8r$이다.

사용 과정

$8/r + 8r = 20$에서 $2r^2 - 5r + 2 = 0$이다. $r > 1$이므로 $r = 2$이다.

결과 · 다음 연결

네 항은 $4, 8, 16, 32$이므로 합은 60이다.

공통과목 9번 해설

9번 | 정답 ⑤ | 4점

R1. 접함을 값과 기울기로 분리

조건

접점의 좌표와 접선이 모두 주어졌다.

사용 과정

$f(1)=2,\ f'(1)=2$이다. $f'(x)=3x^2-6x+a$이므로 $a=5,$ 이어서 $b=-1$이다.

결과 · 다음 연결

$f(3)=27-27+15-1=14$이다.

10번 | 정답 ② | 4점

R1. 정의역과 로그의 합

조건

진수가 양수여야 하므로 $1<x<9$이다.

사용 과정

밑이 $2>1$이므로 $(x-1)(9-x)\geq 8$이다. 정리하면 $(x-5)^2\leq 8$이다.

결과 · 다음 연결

$5-2\sqrt{2}\leq x\leq 5+2\sqrt{2}$에서 정수는 $3,4,5,6,7$의 5개이다.

공통과목 11번 해설

11번 | 정답 ③ | 4점

R1. 사인법칙으로 마주 보는 변 구하기

조건

외접원의 반지름이 2이다.

사용 과정

$\mathrm{BC}=4\sin\mathrm{A}=2\sqrt{3}$이다. $\mathrm{AB}=c$로 놓고 각 A에 코사인법칙을 적용하면 $12=4+c^2-2c$이다.

결과 · 다음 연결

양의 해는 $c=4$이다.

R2. 끼인각과 넓이

조건

$\mathrm{AB}=4,\ \mathrm{AC}=2,\ \sin\mathrm{A}=\sqrt{3}/2$이다.

사용 과정

넓이는 $\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 2\cdot \sqrt{3}/2$이다.

결과 · 다음 연결

$2\sqrt{3}$이다.

공통과목 12번 해설

12번 | 정답 ③ | 4점

R1. 누적식의 양변을 미분

조건

적분으로 주어진 식이 모든 x에 성립한다.

사용 과정

$f(x)=f(x)+xf'(x)-3x^2$이므로 $x\neq 0$에서 $f'(x)=3x$이다. 다항함수이므로 이 관계는 0에서도 성립한다.

결과 · 다음 연결

$f(x)=3x^2/2+\mathrm{C}$이다.

R2. 적분 조건으로 상수 결정

조건

$\int_0^1 f=1$이다.

사용 과정

$1/2+\mathrm{C}=1$에서 $\mathrm{C}=1/2$이다. 따라서 $\int_1^2 f=[x^3/2+x/2]_1^2$이다.

결과 · 다음 연결

$5-1=4$이다.

공통과목 13번 해설

13번 | 정답 ① | 4점

R1. 두 수평선의 교점을 함께 센다

조건

$f'(x)=3x(x-2)$이므로 극댓값은 $f(0)=3$, 극솟값은 $f(2)=-1$이다.

사용 과정

$f(x)=h$의 실근 수는 $-1<h<3$이면 3, $h=-1,3$이면 2, 그 밖이면 1이다.

결과 · 다음 연결

$k>0$이므로 두 방정식 $f=k$, $f=-k$의 근은 겹치지 않는다.

R2. 합이 5인 경계 선택

조건

k가 $1,3$을 지날 때 교점 수가 달라진다.

사용 과정

$0<k<1$에서 6, $k=1$에서 $3+2=5$, $1<k<3$에서 4, $k=3$에서 3, $k>3$에서 2개이다.

결과 · 다음 연결

따라서 $k=1$이다.

공통과목 14번 해설

14번 | 정답 ⑤ | 4점

R1. 전체 변과 두 부분의 길이

조건

$\mathrm{AB}=6,\ \mathrm{AC}=8,\ \cos\mathrm{A}=1/4$이다.

사용 과정

$\mathrm{BC}^2=36+64-96/4=76$이다. 따라서 $\mathrm{BD}=2\sqrt{19}/3,\ \mathrm{DC}=4\sqrt{19}/3$이다. 삼각형 ABC에서 $\cos\mathrm{B}=(36+76-64)/(12\sqrt{76})=2/\sqrt{19}$이다.

결과 · 다음 연결

$\sin^2\mathrm{B}=15/19$이다.

R2. 작은 삼각형의 반지름과 공통 변 연결

조건

$\mathrm{AD}=r$라 두면 $\angle\mathrm{ABD}=\mathrm{B}$의 맞은편 변이 AD이다.

사용 과정

코사인법칙으로 $r^2=36+76/9-2\cdot6\cdot(2\sqrt{19}/3)\cdot2/\sqrt{19}=256/9$이다. 사인법칙으로 $\mathrm{R}^2=r^2/(4\sin^2\mathrm{B})=1216/135$이다.

결과 · 다음 연결

$135\mathrm{R}^2=1216$이다.

공통과목 15번 해설

15번 | 정답 ② | 4점

R1. 전 구간의 부호로 근의 중복도를 정한다

조건

$f \geq 0$이므로 실근을 지날 때 부호가 바뀌지 않는다.

사용 과정

두 실근은 각각 짝수 중복도를 갖는다. 사차식이고 최고차항 계수가 1이므로 $f(x) = (x-a)^2(x-b)^2$이다.

결과 · 다음 연결

$d = b - a > 0$으로 놓으면 적분에서 두 근 사이 거리만 남는다.

R2. 적분으로 두 근 사이 거리 결정

조건

$u = x - a$로 평행이동하면 $0 \leq u \leq d$이다.

사용 과정

$\int_a^b f(x)\,dx = \int_0^d u^2(u-d)^2\,du = d^5/30 = 16/15$이므로 $d = 2$이다.

결과 · 다음 연결

$(a-b)^2 = 4$이다.

R3. 곱과 합의 후보를 나누어 복원

조건

$f(0) = a^2b^2 = 9$이다.

사용 과정

$ab = 3$ 또는 -3이다. $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$이므로 $ab = -3$이면 음수가 되어 불가능하다. 따라서 $ab = 3$, $a+b = \pm 4$이다. $f'(0) = -2ab(a+b) < 0$에서 $a+b = 4$이다.

결과 · 다음 연결

$a = 1$, $b = 3$이므로 $f(5) = 4^2 \cdot 2^2 = 64$이다.

공통과목 16번 해설

16번 | 정답 24 | 3점

R1. 로그값을 먼저 구한다

조건

두 식을 더하고 빼면 두 로그를 각각 구할 수 있다.

사용 과정

$\log_2 a=4$, $\log_2 b=3$이므로 $a=16$, $b=8$이다.

결과 · 다음 연결

합은 24이다.

17번 | 정답 12 | 3점

R1. 다항함수의 정적분

조건

각 항의 원시함수를 구한다.

사용 과정

$[2x^3/3-x^2+x]_0^3=18-9+3$이다.

결과 · 다음 연결

값은 12이다.

공통과목 18번 해설

18번 | 정답 15 | 3점

R1. 이웃한 두 관계의 차

조건

$a_{n+1}+a_{n+2}=2n+3$이다.

사용 과정

원래 관계를 빼면 $a_{n+2}-a_n=2$이다. $a_1=1$, $a_2=2$이므로 $a_n=n$이다.

결과 · 다음 연결

홀수 · 짝수 항을 두 개씩 묶을 수 있다.

R2. 교대합 계산

조건

$(a_1-a_2)+\cdots+(a_9-a_{10})$이다.

사용 과정

각 차는 -1이므로 합은 -5이다.

결과 · 다음 연결

$-5+20=15$이다.

공통과목 19번 해설

19번 | 정답 15 | 3점

R1. 유한한 극한과 함숫값

조건

$x=1$에서 분자가 0이어야 한다.

사용 과정

$1+a+b=0$이다. 분자의 미분계수를 이용하거나 인수분해하면 극한은 $3+a$이므로 $3+a=5$이다.

결과 · 다음 연결

$a=2,\ b=-3$이다.

R2. 약분한 식으로 계산

조건

$x^3+2x-3=(x-1)(x^2+x+3)$이다.

사용 과정

$f(3)=9+3+3$이다.

결과 · 다음 연결

답은 15이다.

공통과목 20번 해설

20번 | 정답 44 | 4점

R1. 위치식으로 복귀 시각 해석

조건

초기 위치는 0이다.

사용 과정

속도를 적분하면 위치는 $s(t)=t^4/4-at^3+a^2t^2=t^2(t-2a)^2/4$이다. 양의 영점은 $2a$뿐이므로 $2a=4$이다.

결과 · 다음 연결

$a=2$이며 방향 전환 시각은 $2, 4$이다.

R2. 방향이 바뀌는 구간별 거리

조건

속도의 부호는 $(0,2)$에서 양수, $(2,4)$에서 음수, $(4,6)$에서 양수이다.

사용 과정

$s(0)=0,\ s(2)=4,\ s(4)=0,\ s(6)=36$이다.

결과 · 다음 연결

거리는 $4+4+36=44$이다.

공통과목 21번 해설

21번 | 정답 288 | 4점

R1. 처음 부등식으로 탐색 범위 결정

조건

$a_2 = |2a_1 - 3| > a_1$이다.

사용 과정

$a_1 \geq 3/2$이면 $2a_1 - 3 > a_1$에서 $a_1 > 3$이다. 이때 이후 항이 계속 커져 $a_5 = a_1$일 수 없다.
$0 < a_1 < 3/2$이면 $3 - 2a_1 > a_1$에서 $0 < a_1 < 1$이다.

결과 · 다음 연결

따라서 $u = a_1$을 $(0, 1)$에서만 살핀다.

R2. 반복되는 절댓값의 경계를 추적

조건

$\mathrm{T}(u) = |2u - 3|$를 네 번 적용한 값이 u여야 한다.

사용 과정

u의 경계 $3/16, 3/8, 9/16, 3/4, 15/16$을 기준으로 $\mathrm{T}^4(u)$의 식은 차례로 $3 - 16u$, $16u - 3$, $9 - 16u$, $16u - 9$, $15 - 16u$, $16u - 15$이다.

각 식을 u와 같게 놓고 해당 구간에 들어가는지 확인하면 $3/17, 1/5, 9/17, 3/5, 15/17$을 얻는다. 마지막 식의 해 1은 범위 밖이다. 경계점들은 원래 식에 대입해도 고정되지 않는다.

결과 · 다음 연결

각 후보는 $a_2 > a_1$도 만족한다.

R3. 가능한 첫째항의 합

조건

다섯 후보를 모두 더한다.

사용 과정

합은 $27/17 + 4/5 = 203/85$이다.

결과 · 다음 연결

$p + q = 288$이다.

공통과목 22번 해설

22번 | 정답 134 | 4점

R1. 지수의 등차를 값의 등비로 바꾼다

조건

세 근의 가운데 값은 $\beta=2$이다.

사용 과정

$u=2^{\alpha}$, $v=2^{\gamma}$라 두면 $0<u<4<v$이고 $uv=2^{\alpha+\gamma}=16$이다. $z=2^{x}$로 바꾸면 삼차식의 세 근은 $u, 4, v$이다.

결과 · 다음 연결

$z^3-az^2+bz-c=(z-u)(z-4)(z-v)$이다.

R2. 주어진 함수값으로 바깥 두 근의 합 결정

조건

$z=1$일 때 삼차식의 값은 -21이다.

사용 과정

$-3(1-u)(1-v)=-21$이므로 $(1-u)(1-v)=7$이다. $uv=16$을 넣으면 $u+v=10$이다.

결과 · 다음 연결

$u, v=2, 8$이고 세 지수근은 $1, 2, 3$이다.

R3. 계수 복원과 존재 확인

조건

세 양의 근이 모두 결정되었다.

사용 과정

$(z-2)(z-4)(z-8)=z^3-14z^2+56z-64$이다. 2^{x}가 일대일이므로 추가 실근은 없다.

결과 · 다음 연결

$a+b+c=14+56+64=134$이다.

확률과 통계 해설

확률과 통계 해설

23번 | 정답 ④ | 2점

R1. 두 선택의 곱

조건

학생은 서로 구별된다.

사용 과정

남학생 선택은 $_4C_2 = 6$, 여학생 선택은 3가지이다.

결과 · 다음 연결

총 $6 \cdot 3 = 18$가지이다.

24번 | 정답 ③ | 3점

R1. 교집합에서 조건부확률

조건

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$이다.

사용 과정

교집합 확률은 $1/5$이므로 이를 $P(B) = 1/2$로 나눈다.

결과 · 다음 연결

$P(A \mid B) = 2/5$이다.

확률과 통계 25번 해설

25번 | 정답 ② | 3점

R1. 같은 누적확률에서 표준편차

조건

정규분포의 누적확률은 증가한다.

사용 과정

$(54-50)/\sigma=1$이므로 $\sigma=4$이다.

결과 · 다음 연결

표본평균의 표준편차는 $4/\sqrt{16}=1$이다.

26번 | 정답 ④ | 3점

R1. 이웃하는 경우를 포함배제로 제거

조건

전체 배열은 $6!/(2!\,2!)=180$개이다.

사용 과정

AA가 붙는 배열은 $5!/2!=60$개이고 BB도 60개이다. 둘 다 붙으면 네 묶음 $\mathrm{AA},\mathrm{BB},\mathrm{C},\mathrm{D}$의 배열이므로 $4!=24$개이다.

결과 · 다음 연결

같은 문자끼리 이웃하지 않는 배열은 $180-60-60+24=84$개이다.

확률과 통계 26번 해설

R2. C와 D의 대칭

조건

C, D의 위치를 맞바꾸어도 이웃 금지 조건은 변하지 않는다.

사용 과정

각 배열은 C가 왼쪽인 것과 D가 왼쪽인 것의 한 쌍을 이룬다.

결과 · 다음 연결

구하는 수는 $84/2 = 42$이다.

27번 | 정답 ③ | 3점

R1. 조건을 만족하는 전체 순서쌍

조건

$b = 1, 2, 3, 4, 5, 6$을 고정하면 $a + c = 10 - b$이다.

사용 과정

$1 \le a, c \le 6$인 순서쌍의 수는 차례로 $4, 5, 6, 5, 4, 3$개이다.

결과 · 다음 연결

전체 경우는 27개이다.

R2. 가운데 수보다 작은 양 끝 수

조건

추가로 $a, c \le b - 1$이어야 한다.

사용 과정

$b = 1, 2, 3$에서는 불가능하다. $b = 4$에서는 $(3, 3)$의 1개, $b = 5$에서는 합이 5인 4개, $b = 6$에서는 합이 4인 3개이다.

결과 · 다음 연결

조건부확률은 $8/27$이다.

확률과 통계 28번 해설

28번 | 정답 ③ | 4점

R1. 두 꼬리의 대칭으로 모집단을 정한다

조건

두 끝점 $42, 58$에서 왼쪽 · 오른쪽 꼬리확률이 같다.

사용 과정

정규분포의 대칭성과 누적확률의 엄격한 증가에 의해 $42-m=-(58-m)$이므로 $m=50$이다. 이어 $(54-50)/\sigma=1$에서 $\sigma=4$이다.

결과 · 다음 연결

표본평균은 평균 50, 표준편차 $4/\sqrt{n}$인 정규분포를 따른다.

R2. 서로 다른 두 경계의 표준화를 함께 유지한다

조건

표본평균 구간은 평균의 왼쪽으로 1, 오른쪽으로 2만큼 떨어져 있다.

사용 과정

$u=\sqrt{n}/4>0$라 두면 왼쪽 확률은 $\mathrm{P}(-u\le \mathrm{Z}\le 2u)=\mathrm{P}(0\le \mathrm{Z}\le u)+\mathrm{P}(0\le \mathrm{Z}\le 2u)$이다. $u<1$이면 두 항이 모두 제시된 항보다 작고, $u>1$이면 모두 크므로 등식은 $u=1$에서만 성립한다.

결과 · 다음 연결

$\sqrt{n}=4$, $n=16$이다. 두 경계를 따로 임의로 대응시킨 것이 아니라 확률합의 증가를 이용해 유일성을 확인했다.

확률과 통계 29번 해설

29번 | 정답 336 | 4점

R1. 두 A 사이의 문자를 하나의 묶음으로 만든다

조건

두 A 사이에는 B, C가 각각 하나씩 있고 D, E는 들어갈 수도 있다.

사용 과정

두 A와 그 사이를 하나의 묶음으로 본다. 안에 들어간 D, E의 개수 $k=0,1,2$로 나누면 안쪽 순열과 바깥쪽 순열을 중복 없이 곱할 수 있다.

결과 · 다음 연결

우선 D, E의 좌우 조건을 제외하고 센다.

R2. 안에 쓴 문자가 바깥 배열을 바꾸는 것을 반영한다

조건

안에 B, C를 하나씩 쓰므로 바깥에는 항상 B, C가 하나씩 남는다.

사용 과정

$k=0$이면 안쪽 $2!$, 바깥은 묶음과 B, C, D, E의 $5!$이므로 240개이다. $k=1$이면 들어갈 문자의 선택 2, 안쪽 $3!$, 바깥은 묶음과 B, C, 남은 한 문자의 $4!$이므로 288개이다.

$k=2$이면 안쪽 $4!$, 바깥은 묶음과 B, C의 $3!$이므로 144개이다.

결과 · 다음 연결

합은 $240+288+144=672$개이다.

R3. D와 E의 위치 대칭을 적용한다

조건

D, E를 맞바꿔도 두 A 사이의 B, C 조건은 변하지 않는다.

사용 과정

각 배열은 D가 왼쪽인 배열과 E가 왼쪽인 배열의 한 쌍을 이루며 고정되는 배열은 없다.

결과 · 다음 연결

구하는 배열 수는 $672/2=336$이다.

확률과 통계 30번 해설

30번 | 정답 437 | 4점

R1. 최종 공 개수를 시행 횟수 조건으로 바꾼다

조건

빨간 공을 꺼내면 파란 공이 하나 늘고, 파란 공을 꺼내면 빨간 공이 하나 는다.

사용 과정

최종 빨강 3개는 파랑을 2번, 최종 파랑 4개는 빨강을 3번 꺼냈다는 뜻이다. 빨강과 파랑을 꺼내는 시행을 각각 R, B로 적는다.

결과 · 다음 연결

조건 사건은 R 세 개와 B 두 개의 10개 순서이다. 이 순서들의 확률이 같다고 가정하면 안 된다.

R2. 각 순서의 확률을 같은 분모로 계산한다

조건

시행 직전의 전체 공 수는 차례로 $2, 3, 4, 5, 6$이다. 앞에서 R을 r번, B를 b번 꺼냈다면 현재 빨강은 $1+b$개, 파랑은 $1+r$개이다.

사용 과정

순서별 확률의 분모는 모두 720이고 분자는 매번 해당 색의 현재 개수를 곱한 값이다.
$\mathrm{RRRBB}: 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 4 = 16$, $\mathrm{RRBRB}: 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$,
$\mathrm{RRBBR}: 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$이다.

$\mathrm{RBRRB}: 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 = 32$, $\mathrm{RBRBR}: 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$,
$\mathrm{RBBRR}: 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$이다.

$\mathrm{BRRRB}, \mathrm{BRRBR}, \mathrm{BRBRR}, \mathrm{BBRRR}$의 분자는 같은 규칙으로 각각 $32, 36, 36, 27$이다.

결과 · 다음 연결

조건 사건의 확률은 $(16+24+27+32+36+36+32+36+36+27)/720 = 302/720$이다.

확률과 통계 30번 해설

R3. 모든 중간 시각의 누적 조건을 적용한다

조건

첫 시행이 B인 네 경로는 즉시 탈락한다. R로 시작해도 RBBRR은 세 번째 시행에서 R 한 번, B 두 번이므로 탈락한다.

사용 과정

남은 다섯 경로 RRRBB, RRBRB, RRBBR, RBRRB, RBRBR은 모든 접두부분에서 R의 수가 B의 수 이상이다. 이들의 확률 분자 합은 $16+24+27+32+36=135$이다.

결과 · 다음 연결

조건부확률은 $135/302$이고 서로소이므로 $p+q=437$이다. 같은 색을 추가하여 최종 횟수만으로 경로 확률이 같아지는 시행과 달리, 이 문제는 반대색을 추가하므로 순서별 가중치를 유지해야 한다.

미적분 해설

23번 | 정답 ④ | 2점

R1. 수렴하는 등비급수

조건

첫째항은 3, 공비는 $1/2$이다.

사용 과정

공비의 절댓값이 1보다 작으므로 합은 $3/(1-1/2)$이다.

결과 · 다음 연결

6이다.

24번 | 정답 ② | 3점

R1. 합성함수 미분

조건

로그의 안쪽은 모든 실수에서 양수이다.

사용 과정

$f'(x)=2x/(x^2+1)$이다.

결과 · 다음 연결

$f'(1)=1$이다.

미적분 25번 해설

25번 | 정답 ② | 3점

R1. 안쪽 함수를 치환

조건

$u = x^2$이면 $du = 2x\,dx$이다.

사용 과정

적분 구간은 그대로 0부터 1이고 적분은 $\frac{1}{2}\int_0^1 e^u\,du$이다.

결과 · 다음 연결

값은 $(e-1)/2$이다.

26번 | 정답 ③ | 3점

R1. 극한 관계와 부호

조건

극한을 L이라 두면 $\mathrm{L} \geq 0$이다.

사용 과정

극한을 취하면 $\mathrm{L} = \sqrt{2\mathrm{L}+3}$이므로 $(\mathrm{L}-3)(\mathrm{L}+1) = 0$이다.

결과 · 다음 연결

음수 해를 제외하면 $\mathrm{L} = 3$이다.

미적분 27번 해설

27번 | 정답 ④ | 3점

R1. 역함수 입력에 대응하는 원래 점

조건

$f'(x) = 1 + \cos x \geq 0$이고 어떤 구간에서도 계속 0이 아니므로 f는 증가한다.

사용 과정

$g(\pi/2 + 1) = \pi/2$, $g(2\pi/3 + \sqrt{3}/2) = 2\pi/3$이다.

결과 · 다음 연결

각 점에서 원래 도함수는 1, 1/2로 0이 아니다.

R2. 역함수의 변화율 연결

조건

$g'(f(t)) = 1/f'(t)$이다.

사용 과정

두 미분계수는 1, 2이다.

결과 · 다음 연결

합은 3이다.

미적분 28번 해설

28번 | 정답 ③ | 4점

R1. 움직이는 접점에서 넓이를 식으로 만든다

조건

접선의 방정식은 $y = x/t + \ln t - 1$이고 x절편은 $c = t(1 - \ln t)$이다.

사용 과정

$t > 1$에서 $c < 1$이다. 접선과 곡선의 차를 미분하면 $1/t - 1/x$이므로 접선은 곡선보다 아래에 있지 않다. 접선 아래의 삼각형에서 $1 \le x \le t$의 로그곡선 아래 넓이를 빼면 $\mathrm{S}(t) = \frac{1}{2}t(\ln t)^2 - \int_1^t \ln x\, dx$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{S}(t) = \frac{t}{2}(\ln t)^2 - t\ln t + t - 1$이다.

R2. 넓이의 변화 조건을 접점 결정에 쓴다

조건

넓이 함수의 식과 $\mathrm{S}'(a) = 1/2$, $a > 1$이 주어졌다.

사용 과정

$\mathrm{S}'(t) = \frac{1}{2}(\ln t)^2$이므로 $(\ln a)^2 = 1$이다. $a > 1$에서 $\ln a > 0$이므로 $a = e$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{S}(e) = e/2 - 1$이므로 $2\mathrm{S}(e) + 2 = e$이다.

미적분 29번 해설

29번 | 정답 4 | 4점

R1. 곱을 새로운 점화식으로 바꾼다

조건

$a_{n+1}+1=2+2/(a_n+1)$이다. 모든 항이 양수이므로 분모는 0이 아니다.

사용 과정

$b_0=1$로 두면 $b_{n+1}=2b_n+2b_{n-1}$이고 $b_1=2$이다.

결과 · 다음 연결

두 지수 $r=1\pm\sqrt{3}$은 $r^2=2r+2$를 만족한다.

R2. 초기값을 맞춘 두 등비수열의 합

조건

같은 점화식과 두 초기값을 갖는 수열은 모든 항이 같다.

사용 과정

$b_n=\mathrm{A}(1+\sqrt{3})^n+\mathrm{B}(1-\sqrt{3})^n$으로 두면 $\mathrm{A}+\mathrm{B}=1$, $\mathrm{A}(1+\sqrt{3})+\mathrm{B}(1-\sqrt{3})=2$이다. 따라서 $\mathrm{A}=(3+\sqrt{3})/6$이다.

결과 · 다음 연결

나눈 뒤 두 번째 항의 비의 절댓값이 1보다 작으므로 극한은 $(3+\sqrt{3})/6$이다. $p+q=4$이다.

미적분 30번 해설

30번 | 정답 13 | 4점

R1. 적분 항등식에서 함수의 변화율을 분리한다

조건

$\mathrm{I}(x)=\int_0^x 1/f(t)\,dt$로 두면 $f(x)\mathrm{I}(x)=x(x+1)$이다.

사용 과정

$x>0$에서 양변을 미분하면 $f'(x)\mathrm{I}(x)+1=2x+1$이다. 따라서 $f'(x)\mathrm{I}(x)=2x$이다. 원래 식은 $x>0$에서 양수이므로 두 식을 나누어 $f'(x)/f(x)=2/(x+1)$을 얻는다.

결과 · 다음 연결

적분 항을 직접 구하지 않고 f만 포함하는 관계를 얻었다.

R2. 양수 조건과 한 함숫값으로 함수를 복원한다

조건

$f(x)>0$이므로 f'/f는 $\ln f$의 도함수이다.

사용 과정

$\ln f(x)=2\ln(x+1)+\mathrm{C}$에서 $f(x)=\mathrm{A}(x+1)^2$이고, $f(1)=8$이므로 $\mathrm{A}=2$이다. 연속성으로 $f(0)=2$이다.

결과 · 다음 연결

$f(x)=2(x+1)^2$이고, 역함수 적분의 양 끝 $2,8$에 대응하는 원래 변수는 $0,1$이다.

R3. 역함수의 적분을 원래 함수의 변수로 바꾼다

조건

$t=f(x)$이면 $g(t)=x$, $dt=4(x+1)\,dx$이다.

사용 과정

$\int_2^8 g(t)\,dt=\int_0^1 4x(x+1)\,dx=4/3+2=10/3$이다.

결과 · 다음 연결

$p=3$, $q=10$이므로 $p+q=13$이다. 복원한 함수는 원래 적분 항등식도 만족한다.

기하 해설

23번 | 정답 ④ | 2점

R1. 초점과 준선

조건

$y^2=4px$에서 $p=3$이다.

사용 과정

초점은 $(3,0)$, 준선은 $x=-3$이다.

결과 · 다음 연결

거리는 6이다.

24번 | 정답 ① | 3점

R1. 성분 계산과 내적

조건

벡터의 각 성분끼리 계산한다.

사용 과정

$2\vec{a}-\vec{b}=(3,\,-5)$, $\vec{a}+\vec{b}=(3,2)$이다.

결과 · 다음 연결

내적은 $9-10=-1$이다.

기하 25번 해설

25번 | 정답 ③ | 3점

R1. 수직 성분 분리

조건

$\mathrm{H}=(2,\,-3,0)$이다.

사용 과정

$\mathrm{OP}^2=4+9+36$, $\mathrm{OH}^2=4+9$이다.

결과 · 다음 연결

차는 $\mathrm{PH}^2=36$이다.

26번 | 정답 ⑤ | 3점

R1. 접선 절편과 접점의 곱

조건

접선식은 $ax/16+y/4=1$이다.

사용 과정

$y=0$을 넣으면 $ab/16=1$이다. $a^2=12$이고 $a>0$이므로 $a\neq 0$이다.

결과 · 다음 연결

$ab=16$이다.

기하 27번 해설

27번 | 정답 ② | 3점

R1. 크기의 제곱을 완전제곱으로

조건

크기와 그 제곱은 같은 t에서 최소가 된다.

사용 과정

$|\vec{a}+t\vec{b}|^2=4+4t+9t^2=9(t+2/9)^2+32/9$이다.

결과 · 다음 연결

최소가 되는 $t=-2/9$이다.

R2. 다른 계수의 벡터에 같은 t 사용

조건

$3\vec{a}+9t\vec{b}=3\vec{a}-2\vec{b}$이다.

사용 과정

크기의 제곱은 $9\cdot 4-12\cdot 2+4\cdot 9$이다.

결과 · 다음 연결

값은 48이다.

28번 | 정답 ④ | 4점

R1. 정사영 넓이로 공간 삼각형의 넓이

조건

$\mathrm{OB}=4$이고 C의 평면 OAB 위 정사영은 O이다.

사용 과정

삼각형 ABC의 정사영은 ABO이므로 $[\mathrm{ABC}]\cos\theta=[\mathrm{ABO}]=6$이다.

결과 · 다음 연결

$[\mathrm{ABC}]=6\sqrt{26}$이다.

기하 28번 해설

R2. 같은 밑변의 높이로 OC 결정

조건

D를 O에서 AB에 내린 수선의 발이라 하면 $\mathrm{OD}=\mathrm{OA}\cdot\mathrm{OB}/\mathrm{AB}=12/5$이다.

사용 과정

OC는 평면 OAB에 수직이므로 $\mathrm{CD}^2=\mathrm{OC}^2+\mathrm{OD}^2$이고 CD는 AB에 수직이다. $[\mathrm{ABC}]=5\mathrm{CD}/2$에서 $\mathrm{CD}=12\sqrt{26}/5$이다. 따라서 $\mathrm{OC}^2=144$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{OC}=12$이다.

R3. 사면체 부피를 두 밑면으로 계산

조건

부피는 $[\mathrm{OAB}]\mathrm{OC}/3$인 동시에 $[\mathrm{ABC}]h/3$이다.

사용 과정

$6\cdot 12=6\sqrt{26}\,h$이므로 $h^2=144/26$이다.

결과 · 다음 연결

$13h^2=72$이다.

기하 29번 해설

29번 | 정답 7 | 4점

R1. 두 점의 조건을 가능한 P의 범위로 바꾼다

조건

$\mathrm{P}=(x,y)$라 하면 $\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}=3$에서 $x^2+y^2=4$이다. $\mathrm{CQ}=1$이므로 $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=(3,0)+\vec{w}$, $|\vec{w}|=1$로 쓸 수 있다.

사용 과정

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=3x+\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\vec{w}=7$이다. $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=2$이므로 마지막 내적은 -2부터 2까지의 모든 값을 가질 수 있다. 따라서 $|7-3x|\le 2$이다.

결과 · 다음 연결

원 위에서 가능한 범위는 $5/3\le x\le 2$이다.

R2. 전체 원의 최대점이 허용 범위에 있는지 확인한다

조건

최대화할 값은 $x+2y$이다. 전체 원에서는 $(x,y)=(2/\sqrt{5},4/\sqrt{5})$에서 최대이지만 이 점은 $x\ge 5/3$을 만족하지 않는다.

사용 과정

허용되는 원호의 왼쪽 위 끝점은 $\mathrm{P}_0=(5/3,\sqrt{11}/3)$이다. $|(5,\sqrt{11})|=6$과 $|(x,y)|=2$에서 $5x+\sqrt{11}\,y\le 12$이다. 따라서 $x+2y\le 24/\sqrt{11}+(1-10/\sqrt{11})x\le(5+2\sqrt{11})/3$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{P}=\mathrm{P}_0$, $\vec{w}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}/2$로 잡으면 세 조건과 등호가 모두 성립하므로 $\mathrm{M}=(5+2\sqrt{11})/3$이다.

기하 29번 해설

R3. 요청한 정수를 읽는다

조건

$3\mathrm{M}=5+2\sqrt{11}$이다.

사용 과정

$p=5,\ q=2$이다.

결과 · 다음 연결

$p+q=7$이다.

30번 | 정답 28 | 4점

R1. 직각 조건과 접선 조건을 좌표로

조건

$c^2=a^2-b^2$라 두고 $\mathrm{P}=(u,v)$라 하자. 직각삼각형의 빗변은 $\mathrm{F_1F_2}=2c$이다.

사용 과정

두 거리 제곱을 더하면 $\mathrm{PF_1^2}+\mathrm{PF_2^2}=2(u^2+v^2+c^2)=4c^2$이므로 $u^2+v^2=c^2$이다. 접선식에 주어진 점을 넣으면 $v=b^2/(2\sqrt{3})$이다.

결과 · 다음 연결

타원 소속 조건에도 같은 좌표를 사용한다.

R2. 세 좌표 관계에서 초점 거리 결정

조건

$u^2/a^2+v^2/b^2=1$이다.

사용 과정

이 식에 a^2를 곱한 후 $u^2+v^2=a^2-b^2$를 빼면 $c^2v^2=b^4$이다. $v^2=b^4/12$이고 $b>0$이므로 $c^2=12$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{PF_1^2}+\mathrm{PF_2^2}=48$이다.

기하 30번 해설

R3. 거리의 차와 합을 이용하여 축 길이

조건

두 거리의 차의 제곱은 16이다.

사용 과정

$\mathrm{PF}_1\mathrm{PF}_2=(48-16)/2=16$이다. 따라서 $(\mathrm{PF}_1+\mathrm{PF}_2)^2=48+32=80=4a^2$이다.

결과 · 다음 연결

$a^2=20$, $b^2=8$이므로 합은 28이다. $u^2=20/3$, $v^2=16/3$인 제1사분면의 점이 모든 조건을 만족한다.