제 2 교시

2027학년도 수능 대비

아루딧 모의고사 제4회 문제지

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호					-				

○ 성명과 수험 번호를 위의 빈칸에 정확히 쓰시오.

○ 아래 문구를 답안지의 필적확인란에 정자로 쓰시오.

> **봄이 혈관 속에 시내처럼 흘러**
>
> 윤동주 · 봄 중에서

○ 답안지에 성명, 수험 번호, 선택과목을 기재하고,
각 문항의 답을 해당 번호에 정확히 표시하시오.

○ 단답형 정답에 0이 있으면 해당 자릿수의 0도 표시하시오.

○ 배점은 2점, 3점 또는 4점이며 각 문항 끝에 표시되어 있습니다.

○ 풀이와 계산에는 문제지의 여백을 사용하시오. 시험 시간은 100분입니다.

※ 공통과목과 본인이 선택한 한 과목의 문제만 푸시오.

○ 공통과목 (1~22번) ..... 1~8쪽

○ 선택과목 (23~30번)

확률과 통계 ..... 9~12쪽

미적분 ..... 13~16쪽

기하 ..... 17~20쪽

※ 시험 시작 전에는 표지를 넘기지 마시오.

아루딧

수능 수학 실전 모의고사

2027학년도 아루딧 모의고사 제4회

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $27^{2/3} \times 9^{-1/2}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $f(x) = x^4 + 2x^2 - 3x$일 때, $f'(-1)$의 값은? [2점]

① -12 ② -11 ③ -10 ④ -9 ⑤ -8

3. 등비수열 $\{a_n\}$의 공비는 양수이고 $a_2 = 4$, $a_4 = 16$이다. a_3의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. $\lim_{x \to 0} \frac{(x+2)^2 - 4}{x}$의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

5. $\pi < \theta < 3\pi/2$이고 $\sin\theta = -3/5$일 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

6. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$가 $f'(0) = 2$, $f'(1) = 0$을 만족시킨다. $f(2)$의 값은? [3점]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

7. $\int_{-1}^{2}(x^2 - 2x)\,dx$의 값은? [3점]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

8. 등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_2=3$, $a_7=18$이다. $\sum_{k=1}^{6} a_{2k-1}$의 값은? [3점]

① 87 ② 88 ③ 89 ④ 90 ⑤ 91

9. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x^2+ax$가 실수 전체에서 증가할 때, 실수 a의 최솟값은? [4점]

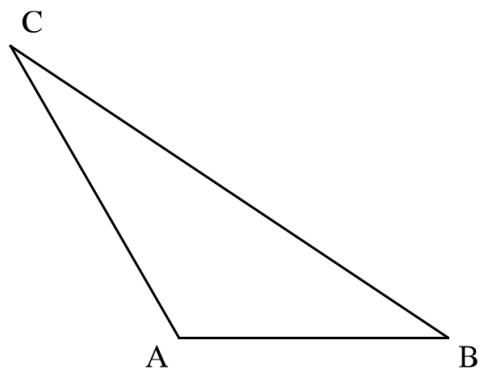
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. $a>1$이고 방정식 $a^{2x}-5a^x+4=0$의 두 실근의 차가 2이다. a의 값은? [4점]

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ 3 ⑤ 4

11. 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=5$, $\cos A=-1/2$이다.

외접원의 반지름의 제곱은? [4점]



① $\frac{49}{3}$ ② $\frac{55}{3}$ ③ $\frac{61}{3}$ ④ $\frac{67}{3}$ ⑤ $\frac{73}{3}$

12. $F(x)=\int_1^x (3t^2-2t+a)\,dt$에 대하여 $F(2)=4$이다.

$F(0)$의 값은? [4점]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

13. 함수 $f(x)=x^3-3x$에 대하여 $f(x)=m$의 서로 다른 실근이 α, β, γ이고 $\alpha<\beta<\gamma$이다.

$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\alpha\beta\gamma$의 값이 자연수일 때, 가능한 모든 값의 합은? [4점]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

14. 곡선 $y=2^x$ 위의 서로 다른 두 점 P, Q의 x좌표의 합이 4이다. 점 $\mathrm{A}(2,0)$에 대하여 $\angle \mathrm{PAQ}=\pi/2$이다.

두 점 P, Q의 y좌표의 합을 S라 할 때, 4S의 값은? [4점]

① 241 ② 249 ③ 257 ④ 265 ⑤ 273

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 f의 서로 다른 세 실근을 $a<b<c$라 하자. 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값은?

(가) $a+b+c=6$이다.

(나) $\int_a^c f(x)\,dx=0$이다.

(다) $f'(a)=12$이다.

[4점]

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

단답형

16. $\log_3(a-2)=3$일 때, a의 값을 구하시오. [3점]

17. 곡선 $y=x^2-4x$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S라 할 때, 3S의 값을 구하시오. [3점]

18. $\sum_{k=1}^{n} a_k = 2n^2 + n$인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} ka_k - 1000$의 값을 구하시오. [3점]

19. 양수 a에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - 3ax$의 닫힌구간 $[0, 2]$에서의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하자.

$\mathrm{M} + m = 0$일 때, $10a$의 값을 구하시오. [3점]

20. 삼각형 ABC에서 $\mathrm{AB} = 4$, $\mathrm{AC} = 6$이다. 변 BC 위의 점 D가 $\mathrm{BD} : \mathrm{DC} = 1 : 2$, $\mathrm{AD} = 4$를 만족시킨다.

다음은 삼각형 ABC의 넓이 S를 구하는 과정이다.

$\mathrm{BD} = x > 0$, $\cos \mathrm{B} = c$라 하자. 삼각형 ABD, ABC에 각각 코사인 법칙을 적용하면 $x^2 - 8xc = 0$, $9x^2 - 24xc = 20$이다. 두 식을 결합하여 $\mathrm{BC}^2 = \boxed{p}$를 얻는다.

따라서 $\cos \mathrm{A} = \dfrac{\boxed{q}}{24}$이고, $4\mathrm{S}^2 = \boxed{r}$이다.

위의 p, q, r는 상수이다. $p + q + r$의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0$, $f'(0)>0$이고 $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{(x-1)^2}$의 값이 존재한다.

(나) 방정식 $|f(x)-f(1)|=4$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

22. 첫째항이 자연수이고 모든 항이 정수인 수열 $\{a_n\}$을 다음과 같이 정한다.

$$a_{n+1}=\begin{cases}-\frac{a_n}{2} & (a_n\text{이 짝수일 때})\\ a_n+3 & (a_n\text{이 홀수일 때})\end{cases}$$

$a_n+a_{n+2}=0$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값이 4일 때, 가능한 모든 a_1의 값의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. $1, 2, 3, 4, 5$ 중 서로 다른 세 수를 골라 세 자리 자연수를 만들 때, 짝수의 개수는? [2점]

① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

24. 동전 한 개를 네 번 던질 때, 앞면이 정확히 두 번 나올 확률은? [3점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

25. 확률변수 X가 이항분포 $B(12, 1/3)$을 따를 때, $E(X^2)$의 값은? [3점]

① $\frac{44}{3}$ ② $\frac{56}{3}$ ③ 20 ④ $\frac{68}{3}$ ⑤ 48

26. 서로 다른 5개의 공을 서로 다른 3개의 상자에 빈 상자가 없도록 넣는 경우의 수는? [3점]

① 150 ② 151 ③ 152 ④ 153 ⑤ 154

27. 두 확률변수 X, Y는 각각 정규분포 $N(10, 4)$, $N(16, 16)$을 따른다.

$P(X \le a) = P(Y \ge 2a)$를 만족시키는 실수 a의 값은? [3점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

28. 주머니에 빨간 공 4개와 파란 공 3개가 있다. 공 2개를 동시에 꺼내어 돌려넣지 않고, 다음 규칙에 따라 새 공 1개를 주머니에 넣은 후 공 2개를 더 꺼낸다.

> 처음 꺼낸 두 공의 색이 같으면 그와 다른 색의 공 1개를 넣고, 색이 다르면 빨간 공 1개를 넣는다.

꺼낸 4개 공 중 빨간 공이 정확히 2개일 때, 처음 꺼낸 두 공의 색이 같았을 확률은? [4점]

① 7/27 ② 1/3 ③ 11/27 ④ 13/27 ⑤ 5/9

단답형

29. 집합 $\mathrm{A}=\{1,2,3,4,5,6\}$에서 집합 $\mathrm{B}=\{1,2,3,4,5\}$로의 함수 f 중 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수를 구하시오.

(가) $f(1)\le f(2)\le f(3)\le f(4)\le f(5)\le f(6)$이다.
(나) $\sum_{k=1}^{6} f(k)=18$이고 $f(f(3))=f(4)$이다.

[4점]

30. 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}(n,p)$를 따르고 $\mathrm{P}(\mathrm{X}=1)=\mathrm{P}(\mathrm{X}=2)$, $\mathrm{E}(\mathrm{X}^2)=35/9$이다. (단, $n\ge 2$, $0<p<1$이다.)

이 모집단에서 크기가 3인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균을 $\overline{\mathrm{X}}$라 하자. $\overline{\mathrm{X}}=1$일 때, 3개 표본의 값이 모두 양수일 확률이 a/b이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, **「선택과목(미적분)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty} \frac{3n^2+n}{2n^2-1}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. $f(x)=x\sin x$일 때, $f'(\pi/2)$의 값은? [3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

25. $\int_1^e \ln x\,dx$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

26. 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항은 2이고 공비는 r이다. 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$의 합이 16/3일 때, r^2의 값은? [3점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

27. 곡선 $x^2+2xy+3y^2=11$ 위의 점 $(2,1)$에서 그은 접선이 x축과 만나는 점의 x좌표는? [3점]

① 8/3 ② 3 ③ 10/3 ④ 11/3 ⑤ 4

28. 상수 $a>\frac{1}{2}$와 b에 대하여 함수 $f(x)=\ln x-ax+b$를 $x>0$에서 정의한다.

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,f(1))$에서의 접선이 점 $(2,0)$을 지나고, 함수 f의 최댓값은 $2-\ln 2$이다. $a+b$의 값은? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

단답형

29. $0 \le a \le 1$인 실수 a에 대하여 $\mathrm{F}(a) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \left| \left(\frac{k}{n}\right)^2 - a \right|$

라 하자.

$\mathrm{F}(a)$의 최솟값을 m이라 할 때, $100m$의 값을 구하시오. [4점]

30. $x > 0$에서 정의된 함수 $f(x) = x + \ln x$의 역함수를 g라 하자. $b > 1$인 실수 b가 다음 조건을 만족시킬 때, $10g(b)$의 값을 구하시오.

$$\int_1^b \left\{ |g(x) - 2| + \frac{2}{1+g(x)} \right\} dx = 1 + 4\ln 2$$

[4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(기하)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 쌍곡선 $x^2/16 - y^2/9 = 1$의 두 초점 사이의 거리는? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

24. $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{17}$일 때, $\vec{a} \cdot \vec{b}$의 값은? [3점]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

25. 구 $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z=11$의 반지름은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

26. 포물선 $y^2=4x$ 위의 점 $(4,4)$에서의 접선이 y축과 만나는 점을 A라 하자.

포물선의 초점을 F라 할 때, AF^2의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

27. 삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하자. $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$이고 $|\vec{a}|=6$, $|\vec{b}|=3$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=9$이다.

$|\overrightarrow{AG}|^2$의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

28. 좌표평면의 세 점 A(0, 0), B(3, 0), C(0, 4)에 대하여 점 P가 $|\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}|=3$을 만족시킨다.

$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, 16Mm의 값은? [4점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

단답형

29. 타원 $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$의 왼쪽, 오른쪽 초점을 각각 F_1, F_2라 하자. (단, $0 < b < a < 10$이다.) 제1사분면의 점 P가 타원 위에 있고 P의 y좌표는 $\sqrt{15}$이다.

$PF_1 = 2PF_2$이고 P에서의 접선이 $(12, 0)$을 지날 때, $a^2 + b^2$의 값을 구하시오. [4점]

30. 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD가 있다. 점 P는 선분 AB 위에, 점 Q는 선분 CD 위에 있고 $\angle APQ = \pi/3$이다. (단, $P \neq A$이다.)

PQ^2의 최솟값을 m이라 할 때, $3m$의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.