정답표와 예상 등급컷

정답표

공통과목

1번 ③ / 2번 ② / 3번 ④ / 4번 ③ / 5번 ③

6번 ③ / 7번 ② / 8번 ④ / 9번 ③ / 10번 ②

11번 ③ / 12번 ② / 13번 ④ / 14번 ③ / 15번 ③

16번 29 / 17번 32 / 18번 485 / 19번 10 / 20번 496

21번 20 / 22번 63

확률과 통계

23번 ⑤ / 24번 ④ / 25번 ② / 26번 ① / 27번 ③

28번 ③ / 29번 10 / 30번 116

미적분

23번 ③ / 24번 ① / 25번 ② / 26번 ② / 27번 ④

28번 ③ / 29번 25 / 30번 30

기하

23번 ⑤ / 24번 ③ / 25번 ④ / 26번 ① / 27번 ③

28번 ⑤ / 29번 56 / 30번 32

예상 등급컷

공통과목과 선택과목을 합한 100점 만점 원점수 기준입니다.

선택과목	1등급	2등급	3등급
확률과 통계	86점	78점	72점
미적분	84점	78점	72점
기하	86점	78점	72점

위 점수는 문항 구성과 예상 풀이 부담을 바탕으로 정한 제작자 예상치입니다. 실제 응시 결과에 따라 달라질 수 있습니다.

공통과목 해설

공통과목 해설

1번 | 정답 ③ | 2점

R1. 같은 밑으로 계산

조건

$27=3^3,\ 9=3^2$이다.

사용 과정

$27^{2/3}=9,\ 9^{-1/2}=1/3$이다.

결과 · 다음 연결

곱은 3이다.

2번 | 정답 ② | 2점

R1. 미분과 대입

조건

다항함수의 각 항을 미분한다.

사용 과정

$f'(x)=4x^3+4x-3$이다.

결과 · 다음 연결

$f'(-1)=-11$이다.

공통과목 3번 해설

3번 | 정답 ④ | 3점

R1. 연속 항의 등비중항

조건

$a_3^2 = a_2 a_4 = 64$이다.

사용 과정

공비와 a_2가 양수이므로 $a_3 > 0$이다.

결과 · 다음 연결

$a_3 = 8$이다.

4번 | 정답 ③ | 3점

R1. 분자를 전개

조건

분자는 $x^2 + 4x$이다.

사용 과정

$x \neq 0$에서 약분하면 $x + 4$이다.

결과 · 다음 연결

극한은 4이다.

공통과목 5번 해설

5번 | 정답 ③ | 3점

R1. 사분면과 삼각비

조건

제3사분면이므로 코사인은 음수이다.

사용 과정

$\cos\theta = -4/5$이고 $\tan\theta = \sin\theta/\cos\theta$이다.

결과 · 다음 연결

$3/4$이다.

6번 | 정답 ③ | 3점

R1. 두 미분계수로 계수 결정

조건

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$이다.

사용 과정

$b = 2$, $3 + 2a + b = 0$이므로 $a = -5/2$이다.

결과 · 다음 연결

$f(2) = 8 - 10 + 4 = 2$이다.

공통과목 7번 해설

7번 | 정답 ② | 3점

R1. 원시함수의 양 끝값

조건

원시함수는 $x^3/3 - x^2$이다.

사용 과정

$x = 2$와 $x = -1$에서 모두 $-4/3$이다.

결과 · 다음 연결

정적분은 0이다.

8번 | 정답 ④ | 3점

R1. 홀수 번째 항만의 등차수열

조건

공차는 $(18 - 3)/5 = 3$이고 첫째항은 0이다.

사용 과정

$a_1, a_3, \ldots, a_{11}$은 첫째항 0, 공차 6인 6 항이다.

결과 · 다음 연결

합은 $6(0 + 30)/2 = 90$이다.

공통과목 9번 해설

9번 | 정답 ③ | 4점

R1. 전 구간의 미분계수 부호

조건

증가하는 미분가능함수의 도함수는 음수가 될 수 없다.

사용 과정

$f'(x)=3(x-1)^2+a-3$이므로 모든 x에서 음이 아니려면 $a\geq 3$이다.

결과 · 다음 연결

$a=3$에서도 도함수가 구간 전체에서 0인 곳은 없으므로 증가한다. 최솟값은 3이다.

10번 | 정답 ② | 4점

R1. 지수값을 먼저 결정

조건

$t=a^x>0$으로 놓는다.

사용 과정

$t^2-5t+4=(t-1)(t-4)=0$이므로 두 근은 $x=0$, $x=\log_a 4$이다. $a>1$이므로 뒤의 근이 크다.

결과 · 다음 연결

$\log_a 4=2$에서 $a=2$이다.

공통과목 11번 해설

11번 | 정답 ③ | 4점

R1. 맞은편 변과 사인값

조건

코사인법칙을 적용한다.

사용 과정

$\mathrm{BC}^2 = 16 + 25 - 40(-1/2) = 61$이고 $\sin^2 \mathrm{A} = 3/4$이다.

결과 · 다음 연결

사인법칙에서 $\mathrm{R}^2 = \mathrm{BC}^2/(4\sin^2 \mathrm{A}) = 61/3$이다.

12번 | 정답 ② | 4점

R1. 한 적분값으로 상수 결정

조건

$\mathrm{F}(2) = \int_1^2 (3t^2 - 2t + a)\,dt$이다.

사용 과정

$[t^3 - t^2 + at]_1^2 = 4 + a = 4$에서 $a = 0$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{F}(0) = [t^3 - t^2]_1^0 = 0$이다.

공통과목 13번 해설

13번 | 정답 ④ | 4점

R1. 세 실근 조건과 대칭식

조건

극댓값은 2, 극솟값은 -2이다.

사용 과정

서로 다른 세 실근이 있으려면 $-2<m<2$이다. 근과 계수의 관계에서 합은 0, 두 근씩 곱한 합은 -3, 세 근의 곱은 m이다.

결과 · 다음 연결

제곱합은 $0^2-2(-3)=6$이다.

R2. 식이 가질 수 있는 범위

조건

목표식은 $6+m$이다.

사용 과정

$-2<m<2$이므로 목표식의 범위는 $(4,8)$이다.

결과 · 다음 연결

가능한 자연수는 $5,6,7$이고 그 합은 18이다.

공통과목 14번 해설

14번 | 정답 ③ | 4점

R1. 가로좌표의 합을 지수값의 곱으로

조건

$\mathrm{P}=(u,2^{u})$, $\mathrm{Q}=(4-u,2^{4-u})$로 놓는다.

사용 과정

두 세로좌표의 곱은 $2^{4}=16$이다. 두 점의 가로좌표는 2를 중심으로 반대쪽에 있다.

결과 · 다음 연결

수직 조건에 같은 좌표를 사용한다.

R2. 수직인 두 직선의 관계

조건

AP, AQ가 수직이다. 어느 점도 $x=2$이면 수직 조건이 불가능하므로 두 기울기를 사용할 수 있다.

사용 과정

기울기의 곱은 $2^{u}2^{4-u}/\{(u-2)(2-u)\}=-1$이다. 따라서 $(u-2)^{2}=16$이다.

결과 · 다음 연결

가로좌표는 $-2, 6$이다.

R3. 지수함수의 값으로 복귀

조건

두 점은 실제 곡선 위에 있고 수직 조건도 만족한다.

사용 과정

$\mathrm{S}=2^{-2}+2^{6}=257/4$이다.

결과 · 다음 연결

$4\mathrm{S}=257$이다.

공통과목 15번 해설

15번 | 정답 ③ | 4점

R1. 양쪽 부호의 적분이 같다는 조건 해석

조건

$\mathrm{L}=c-a>0$, $r=(b-a)/\mathrm{L}$로 놓으면 $0<r<1$이다.

사용 과정

$x=a+\mathrm{L}t$로 바꾸면 $\int_a^c f(x)\,dx=\mathrm{L}^4\int_0^1 t(t-r)(t-1)\,dt=\mathrm{L}^4(2r-1)/12$이다.

결과 · 다음 연결

적분이 0이므로 $r=1/2$, 즉 $b=(a+c)/2$이다.

R2. 근의 합과 영점의 미분계수

조건

$a+b+c=6$이므로 가운데 근은 $b=2$이다.

사용 과정

$a=2-d$, $c=2+d$로 놓으면 $d>0$이고 $f'(a)=(a-b)(a-c)=2d^2=12$이다.

결과 · 다음 연결

$d^2=6$이고 $f(x)=(x-2)\{(x-2)^2-6\}$이다.

R3. 목표 함숫값

조건

완성한 식은 서로 다른 세 실근과 모든 조건을 만족한다.

사용 과정

$f(4)=2(4-6)$이다.

결과 · 다음 연결

답은 -4이다.

공통과목 16번 해설

16번 | 정답 29 | 3점

R1. 지수식으로 변환

조건

진수 $a-2$가 양수이다.

사용 과정

$a-2=3^3=27$이다.

결과 · 다음 연결

$a=29$이다.

17번 | 정답 32 | 3점

R1. 두 영점과 부호

조건

곡선은 $x=0,4$에서 x축과 만나고 사이에서는 음수이다.

사용 과정

넓이는 $\int_0^4 (4x-x^2)\,dx = 32/3$이다.

결과 · 다음 연결

$3S=32$이다.

공통과목 18번 해설

18번 | 정답 485 | 3점

R1. 합의 차로 일반항

조건

$a_1 = 3$이고 $n \geq 2$에서 $a_n = \mathrm{S}_n - \mathrm{S}_{n-1}$이다.

사용 과정

$a_n = 4n - 1$이며 이 식은 $n = 1$에도 맞는다.

결과 · 다음 연결

$ka_k = 4k^2 - k$이다.

R2. 두 기본 합을 결합

조건

$\sum_{k=1}^{10} k = 55$, $\sum_{k=1}^{10} k^2 = 385$이다.

사용 과정

$4 \cdot 385 - 55 = 1485$이다.

결과 · 다음 연결

$1485 - 1000 = 485$이다.

공통과목 19번 해설

19번 | 정답 10 | 3점

R1. 극값 위치와 끝점을 비교

조건

$f'(x)=3(x^2-a)$이다.

사용 과정

$a\ge 4$이면 구간에서 감소하므로 $\mathrm{M}=0$, $m=8-6a<0$여서 조건에 맞지 않는다. $0<a<4$에서는 최솟값이 $f(\sqrt{a})=-2a\sqrt{a}$이고 최댓값은 0과 $8-6a$ 중 큰 값이다.

결과 · 다음 연결

최솟값이 음수이므로 $\mathrm{M}>0$, 즉 $a<4/3$이어야 한다.

R2. 허용되는 경우의 관계를 풀기

조건

$8-6a-2a\sqrt{a}=0$이다.

사용 과정

$t=\sqrt{a}>0$으로 놓으면 $t^3+3t^2-4=(t-1)(t+2)^2=0$이다. 따라서 $t=1$, $a=1$이며 허용 범위에도 든다.

결과 · 다음 연결

$10a=10$이다.

공통과목 20번 해설

20번 | 정답 496 | 4점

R1. 안내된 두 코사인식의 공통항을 소거한다

조건

$x^2 = 8xc$이므로 $24xc = 3x^2$이다.

사용 과정

$9x^2 - 24xc = 20$에 넣으면 $6x^2 = 20$, $x^2 = 10/3$이다. $\mathrm{BC} = 3x$이므로 $\mathrm{BC}^2 = 30$이다.

결과 · 다음 연결

$p = 30$이다. 여기서는 두 삼각형을 고르는 경로가 이미 제시되어 있다.

R2. 전체 삼각형의 끼인각을 넓이로 연결한다

조건

두 변 $4, 6$과 맞은편 변의 제곱 30을 얻었다.

사용 과정

$\cos \mathrm{A} = (16 + 36 - 30)/(2 \cdot 4 \cdot 6) = 11/24$이므로 $q = 11$이다. $\mathrm{S} = 12 \sin \mathrm{A}$이므로 $4\mathrm{S}^2 = 576(1 - 121/576) = 455$이다.

결과 · 다음 연결

$r = 455$이고 $p + q + r = 30 + 11 + 455 = 496$이다.

공통과목 21번 해설

21번 | 정답 20 | 4점

R1. 유한한 극한으로 중근 인수형을 만든다

조건

$f(x)-f(1)$은 $x=1$에서 0이고 몫의 극한값이 유한하다.

사용 과정

$x-1$로 한 번 약분한 다항식도 $x=1$에서 0이어야 하므로 $f(x)-f(1)=(x-1)^2(x-b)$로 쓸 수 있다. $f(0)=0$에서 $f(1)=b$이다.

결과 · 다음 연결

$h(x)=(x-1)^2(x-b)$라 놓으면 $f=h+b$이고, $f'(0)=2b+1>0$이므로 $b>-1/2$이다.

R2. 절댓값 방정식의 세 교점을 높이에 연결한다

조건

$h'(x)=(x-1)(3x-2b-1)$이다. $b=1$이면 $h=(x-1)^3$여서 $|h|=4$의 해는 두 개뿐이다.

사용 과정

$b\neq 1$일 때 두 극값의 높이는 0과 $\mathrm{H}=-4(b-1)^3/27$이다. 양수 k에 대해 $|h|=k$는 높이 $k, -k$의 교점을 합한다. $0<k<|\mathrm{H}|$이면 $3+1=4$개, $k=|\mathrm{H}|$이면 $2+1=3$개, $k>|\mathrm{H}|$이면 $1+1=2$개이다.

결과 · 다음 연결

$k=4$에서 세 근이므로 $|\mathrm{H}|=4$, 즉 $|b-1|=3$이다.

R3. 방향 조건으로 후보를 고르고 원조건을 확인한다

조건

$b=-2$ 또는 $b=4$이고 $b>-1/2$이다.

사용 과정

$b=-2$는 제외되어 $f(x)=(x-1)^2(x-4)+4$이다. 이때 $f(0)=0$, $f'(0)=9>0$이고 극한값은 $1-4=-3$이다. 두 극값 $0, -4$는 절댓값 방정식의 서로 다른 세 근을 만든다.

결과 · 다음 연결

$f(5)=16+4=20$이다.

공통과목 22번 해설

22번 | 정답 63 | 4점

R1. 두 칸 뒤와 합이 0이 되는 항의 값을 먼저 찾는다

조건

정수 z에 한 번 적용하는 규칙을 $\mathrm{T}(z)$라 하자. 어떤 위치에서 $a_n + a_{n+2} = 0$이 되려면 $z + \mathrm{T}(\mathrm{T}(z)) = 0$이어야 한다.

사용 과정

z가 홀수이면 $\mathrm{T}(z) = z + 3$은 짝수이고 $\mathrm{T}^2(z) = -(z+3)/2$이다. 따라서 $z = 3$이다. z가 4의 배수이면 두 번의 짝수 규칙으로 $\mathrm{T}^2(z) = z/4$이므로 $z = 0$이다.

z가 짝수이지만 4의 배수가 아니면 $\mathrm{T}(z) = -z/2$는 홀수이므로 $\mathrm{T}^2(z) = -z/2 + 3$이다. 따라서 $z = -6$이다. 세 후보는 각각 해당 홀짝 조건도 만족한다.

결과 · 다음 연결

사건이 성립하는 항의 값은 정확히 $\mathrm{E} = \{-6, 0, 3\}$이다. 문제의 최초 조건은 $a_4 \in \mathrm{E}$이고 $a_1, a_2, a_3 \notin \mathrm{E}$라는 뜻이다.

R2. 앞 항의 후보를 만들면서 더 이른 사건을 제외한다

조건

다음 항이 정수 b일 때 이전 항이 짝수이면 $-2b$이다. 이전 항이 홀수이면 $b-3$이며 이는 b가 짝수일 때만 허용된다.

사용 과정

$a_4 \in \mathrm{E}$에서 이전 항 후보는 $\{-9, -6, -3, 0, 12\}$이다. 이 중 E에 속하는 $-6, 0$을 제외하면 $a_3 \in \{-9, -3, 12\}$이다.

같은 규칙으로 $a_2 \in \{-24, 6, 9, 18\}$을 얻는다. 이 집합에는 E의 원소가 없다.

다시 거슬러 올라가면 a_1의 후보는 $\{-36, -27, -18, -12, 3, 15, 48\}$이다. 3은 처음부터 사건을 만족하므로 제외한다.

결과 · 다음 연결

첫째항이 자연수라는 조건을 적용하면 $a_1 = 15, 48$만 남는다. 이 역후보 구성은 매번 가능한 두 규칙을 모두 검사했으므로 범위 밖의 다른 첫째항은 없다.

공통과목 22번 해설

R3. 남은 후보에서 최초 성립 위치를 다시 확인한다

조건

남은 두 첫째항을 원래 규칙으로 순방향 계산한다.

사용 과정

$a_1 = 15$이면 처음 여섯 항은 $15, 18, -9, -6, 3, 6$이다. $n = 1, 2, 3$에서 두 칸 떨어진 항의 합은 각각 $6, 12, -6$이고, $n = 4$에서 0이다.

$a_1 = 48$이면 처음 여섯 항은 $48, -24, 12, -6, 3, 6$이다. 앞의 세 합은 $60, -30, 15$이고 네 번째 합은 0이다.

결과 · 다음 연결

두 후보 모두 최초 성립 위치가 4이며 가능한 첫째항의 합은 $15 + 48 = 63$이다.

확률과 통계 해설

확률과 통계 해설

23번 | 정답 ⑤ | 2점

R1. 일의 자리 먼저 선택

조건

짝수이므로 일의 자리는 2 또는 4이다.

사용 과정

백의 자리와 십의 자리는 남은 네 수에서 순서 있게 고르므로 $4 \cdot 3$가지이다.

결과 · 다음 연결

$2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$가지이다.

24번 | 정답 ④ | 3점

R1. 위치 선택과 독립 확률

조건

네 번 중 앞면이 나올 두 위치를 고른다.

사용 과정

확률은 ${}_4\mathrm{C}_2 (1/2)^4$이다.

결과 · 다음 연결

$6/16 = 3/8$이다.

확률과 통계 25번 해설

25번 | 정답 ② | 3점

R1. 평균과 분산에서 이차모멘트

조건

$\mathrm{E}(\mathrm{X})=4,\ \mathrm{V}(\mathrm{X})=12(1/3)(2/3)=8/3$이다.

사용 과정

$\mathrm{V}(\mathrm{X})=\mathrm{E}(\mathrm{X}^2)-\mathrm{E}(\mathrm{X})^2$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{E}(\mathrm{X}^2)=8/3+16=56/3$이다.

26번 | 정답 ① | 3점

R1. 빈 상자를 포함배제로 제외

조건

제한 없는 배치는 3^5가지이다.

사용 과정

특정 한 상자가 빈 경우는 2^5가지이고 이런 상자는 3개이다. 두 상자가 빈 경우를 다시 더하면 3가지이다.

결과 · 다음 연결

$3^5-3\cdot 2^5+3=150$가지이다.

확률과 통계 27번 해설

27번 | 정답 ③ | 3점

R1. 같은 표준정규 누적확률로 바꾸기

조건

X, Y의 표준편차는 각각 $2, 4$이다.

사용 과정

정규분포의 대칭에 따라 $\mathrm{P}(\mathrm{Y} \geq 2a) = \mathrm{P}(\mathrm{Z} \leq (16-2a)/4)$이다. 누적확률이 같으므로 $(a-10)/2 = (16-2a)/4$이다.

결과 · 다음 연결

$2a - 20 = 16 - 2a$에서 $a = 9$이다.

28번 | 정답 ③ | 4점

R1. 처음 빨간 공의 개수에 따라 바뀐 주머니

조건

처음 빨간 공의 개수를 r라 두면 $r = 0, 1, 2$이다.

사용 과정

첫 선택의 확률은 각각 $1/7, 4/7, 2/7$이다. 새 공을 넣은 뒤 빨강 · 파랑의 개수는 각각 $(5, 1), (4, 2), (2, 4)$가 된다.

결과 · 다음 연결

전체 빨간 공이 2개이려면 마지막 두 공에서 빨강이 각각 $2, 1, 0$개 나와야 한다.

확률과 통계 28번 해설

R2. 각 경로의 조건 확률을 곱한다

조건

새 주머니에는 공이 6개 있다.

사용 과정

마지막 조건의 확률은 각각 $2/3, 8/15, 2/5$이다. 따라서 세 경로의 확률은 $10/105, 32/105, 12/105$이다.

결과 · 다음 연결

전체 조건의 확률은 $54/105$이다.

R3. 같은 색의 두 경로를 합친다

조건

처음 색이 같다는 것은 $r=0$ 또는 $r=2$이다.

사용 과정

유리한 경로의 확률은 $(10+12)/105$이다.

결과 · 다음 연결

조건부확률은 $22/54=11/27$이다.

29번 | 정답 10 | 4점

R1. 함수값이 다시 입력이 되는 곳을 기준으로 분류

조건

$k=f(3)$으로 놓으면 합성 조건은 $f(k)=f(4)$이다.

사용 과정

$k=1$이면 첫 네 값이 모두 1이 되어 전체 합이 최대 14이고, $k=5$이면 마지막 네 값이 모두 5이므로 합이 최소 22이다. 두 경우는 불가능하다.

결과 · 다음 연결

$k=2,3,4$를 각각 확인한다.

확률과 통계 29번 해설

R2. k=2와 k=4의 강제되는 값

조건

$k=2$이면 $f(2)=f(3)=f(4)=2$이다.

사용 과정

합이 18이려면 남은 값들이 가능한 최댓값에 도달해야 하므로 $(f(1),\dots,f(6))=(2,2,2,2,5,5)$ 뿐이다. $k=4$에서는 뒤의 네 값이 적어도 4이고 앞 두 값이 적어도 1이므로 $(1,1,4,4,4,4)$뿐이다.

결과 · 다음 연결

각각 1개이다.

R3. k=3에서 앞뒤 두 묶음의 합

조건

$f(3)=f(4)=3$이고 앞 두 값은 1부터 3, 뒤 두 값은 3부터 5 사이이다.

사용 과정

앞 두 값의 합이 $2,3,4,5,6$일 때 순서에 맞는 쌍의 수는 $1,1,2,1,1$개이다. 뒤 두 값의 합은 각각 $10,9,8,7,6$이어야 하므로 쌍의 수는 $1,1,2,1,1$개이다.

결과 · 다음 연결

$1+1+4+1+1=8$개이며 전체는 $1+8+1=10$개이다.

확률과 통계 30번 해설

30번 | 정답 116 | 4점

R1. 같은 두 확률로 p를 n에 연결

조건

두 이항확률은 양수이다.

사용 과정

$np(1-p)^{n-1} = n(n-1)p^2(1-p)^{n-2}/2$를 나누면 $2(1-p) = (n-1)p$이다.

결과 · 다음 연결

$p = 2/(n+1)$이다.

R2. 이차모멘트로 시행 수 결정

조건

$\mathrm{E}(\mathrm{X}^2) = np(1-p) + (np)^2$이다.

사용 과정

$2n(3n-1)/(n+1)^2 = 35/9$이므로 $(n-5)(19n+7) = 0$이다. $n \geq 2$에서 $n = 5$, $p = 1/3$이다.

결과 · 다음 연결

각 표본값은 독립인 다섯 번 시행의 성공 횟수로 나타낼 수 있다.

R3. 총 성공 수가 정해졌을 때의 배치

조건

표본평균이 1이면 3개 표본의 합은 3이다.

사용 과정

총 15회 시행에서 성공이 정확히 3회인 배치는 ${}_{15}\mathrm{C}_3$개이고 같은 확률이다. 3개 표본이 모두 양수이면 각 다섯 번의 묶음에 한 번씩 성공해야 하므로 5^3개이다.

결과 · 다음 연결

확률은 $125/455 = 25/91$이고 $a+b = 116$이다.

미적분 해설

23번 | 정답 ③ | 2점

R1. 최고차항으로 나누기

조건

분자와 분모의 차수가 같다.

사용 과정

n^2으로 나누면 $(3+1/n)/(2-1/n^2)$이다.

결과 · 다음 연결

극한은 $3/2$이다.

24번 | 정답 ① | 3점

R1. 곱의 미분

조건

두 인자를 각각 미분한다.

사용 과정

$f'(x)=\sin x+x\cos x$이다.

결과 · 다음 연결

$f'(\pi/2)=1$이다.

미적분 25번 해설

25번 | 정답 ② | 3점

R1. 부분적분

조건

$\ln x$를 미분하는 쪽으로 선택한다.

사용 과정

$\int \ln x\,dx = x\ln x - x$이다.

결과 · 다음 연결

끝값의 차는 $0-(-1)=1$이다.

26번 | 정답 ② | 3점

R1. 제곱한 항들의 공비

조건

a_n^2의 첫째항은 4, 공비는 r^2이다.

사용 과정

수렴하므로 $r^2<1$이고 $4/(1-r^2)=16/3$이다.

결과 · 다음 연결

$r^2=1/4$이다.

미적분 27번 해설

27번 | 정답 ④ | 3점

R1. 음함수 미분

조건

y를 x의 함수로 보고 양변을 미분한다.

사용 과정

$2x+2y+(2x+6y)y'=0$이므로 $(2,1)$에서 기울기는 $-6/10=-3/5$이다.

결과 · 다음 연결

접선은 $y-1=-3(x-2)/5$이다.

R2. 절편 계산

조건

x축 위의 점은 $y=0$이다.

사용 과정

$-1=-3(x-2)/5$에서 $x=2+5/3$이다.

결과 · 다음 연결

답은 $11/3$이다.

28번 | 정답 ③ | 4점

R1. 접선 조건으로 두 상수의 관계를 얻는다

조건

$f(1)=b-a$, $f'(1)=1-a$이고 접선이 $(2,0)$을 지난다.

사용 과정

$0=(b-a)+(1-a)(2-1)$이므로 $b=2a-1$이다.

결과 · 다음 연결

최댓값 조건에 사용할 미지수를 a 하나로 줄였다.

미적분 28번 해설

R2. 함수의 최댓값을 매개변수의 식으로 나타낸다

조건

$f'(x) = 1/x - a$이고 $a > 0$이다.

사용 과정

f는 $x = 1/a$까지 증가하고 그 뒤 감소한다. 최댓값은 $f(1/a) = -\ln a - 1 + b = 2a - \ln a - 2$이다.

결과 · 다음 연결

$2a - \ln a = 4 - \ln 2$이다.

R3. 허용 범위에서 해가 하나임을 확인한다

조건

$a > 1/2$에서 $h(a) = 2a - \ln a$의 도함수는 $2 - 1/a > 0$이다.

사용 과정

$a = 2$가 방정식을 만족하고 h가 증가하므로 이 해가 유일하다. 따라서 $b = 3$이다.

결과 · 다음 연결

$a + b = 5$이다.

29번 | 정답 25 | 4점

R1. 합의 극한을 정적분으로

조건

$x \mapsto |x^2 - a|$는 $[0, 1]$에서 연속이다.

사용 과정

$\mathrm{F}(a) = \int_0^1 |x^2 - a|\, dx$이다. 부호 경계는 $x = \sqrt{a}$이므로 두 구간으로 나누면
$\mathrm{F}(a) = 1/3 - a + 4a\sqrt{a}/3$이다.

결과 · 다음 연결

이 식은 $a = 0, 1$에서도 성립한다.

미적분 29번 해설

R2. 매개변수에 대한 최소

조건

$0<a<1$에서 $\mathrm{F}'(a)=-1+2\sqrt{a}$이다.

사용 과정

$a=1/4$를 기준으로 감소에서 증가로 바뀐다. 끝값 $\mathrm{F}(0)=1/3$, $\mathrm{F}(1)=2/3$도 더 크다.

결과 · 다음 연결

$m=\mathrm{F}(1/4)=1/4$이므로 $100m=25$이다.

30번 | 정답 30 | 4점

R1. 역함수의 구체식 대신 원래 입력으로 치환

조건

$f'(t)=1+1/t>0$이므로 역함수가 존재하고 $g(1)=1$이다. $u=g(b)>1$로 둔다.

사용 과정

$x=t+\ln t$이면 $g(x)=t$, $dx=(1+1/t)dt$이다. 따라서 주어진 적분은
$\int_1^u\{\,|t-2|\,(1+1/t)+2/t\}\,dt$이다.

결과 · 다음 연결

절댓값의 경계가 $t=2$로 드러난다.

R2. 끝점이 경계의 어느 쪽인지 먼저 확인

조건

변환한 피적분함수는 $t>1$에서 양수이므로 적분값은 끝점 u에 대해 증가한다.

사용 과정

$u=2$일 때 적분은 $\int_1^2(1-t+4/t)dt=4\ln 2-1/2$이다. 주어진 값 $1+4\ln 2$가 더 크므로 $u>2$이다.

결과 · 다음 연결

적분을 반드시 1부터 2, 2부터 u로 나눈다.

미적분 30번 해설

R3. 부호를 정한 뒤 두 관계의 상쇄

조건

$t>2$에서 $|t-2|\,(1+1/t)+2/t=t-1$이다.

사용 과정

전체 적분은 $4\ln 2-1/2+\int_{2}^{u}(t-1)dt=4\ln 2-1/2+u^{2}/2-u$이다. 이를 $1+4\ln 2$와 같게 놓으면 $(u-3)(u+1)=0$이다.

결과 · 다음 연결

$u>2$이므로 $u=3$이다. 양의 피적분함수로 유일성도 확인되며, $10g(b)=30$이다.

기하 해설

23번 | 정답 ⑤ | 2점

R1. 초점거리

조건

쌍곡선에서 $c^2 = a^2 + b^2$이다.

사용 과정

$c^2 = 16 + 9 = 25$이다.

결과 · 다음 연결

두 초점 사이의 거리는 $2c = 10$이다.

24번 | 정답 ③ | 3점

R1. 합 벡터의 크기의 제곱

조건

$|\vec{a}+\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2$이다.

사용 과정

$17 = 4 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 9$이므로 $2\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$이다.

결과 · 다음 연결

내적은 2이다.

기하 25번 해설

25번 | 정답 ④ | 3점

R1. 완전제곱으로 구의 표준형

조건

각 좌표에 관한 이차식을 완전제곱으로 만든다.

사용 과정

$(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=11+4+9+1=25$이다.

결과 · 다음 연결

반지름은 5이다.

26번 | 정답 ① | 3점

R1. 접선의 절편

조건

접선식은 $4y=2(x+4)$이다.

사용 과정

$x=0$을 넣으면 $\mathrm{A}=(0,2)$이다. 초점은 $\mathrm{F}=(1,0)$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{AF}^2=1+4=5$이다.

기하 27번 해설

27번 | 정답 ③ | 3점

R1. 무게중심의 위치벡터

조건

A를 기준점으로 잡으면 $\overrightarrow{\mathrm{AG}}=(\vec{a}+\vec{b})/3$이다.

사용 과정

크기의 제곱은 $(36+18+9)/9$이다.

결과 · 다음 연결

7이다.

28번 | 정답 ⑤ | 4점

R1. 가중 벡터의 합에서 원의 자취

조건

$\mathrm{P}=(x,y)$로 놓으면 주어진 벡터는 $(6-6x,12-6y)$이다.

사용 과정

따라서 $(x-1)^2+(y-2)^2=1/4$이다. 중심은 $\mathrm{H}=(1,2)$, 반지름은 $1/2$이다.

결과 · 다음 연결

목표 내적도 거리로 바꾼다.

기하 28번 해설

R2. 내적을 고정점까지 거리의 제곱으로

조건

$\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}=x^2+y^2-3x$이다.

사용 과정

$\mathrm{K}=(3/2,0)$이라 두면 이 식은 $\mathrm{PK}^2-9/4$이다. $\mathrm{HK}=\sqrt{17}/2>1/2$이므로 PK의 최댓값 · 최솟값은 $(\sqrt{17}+1)/2$, $(\sqrt{17}-1)/2$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{M}=(9+2\sqrt{17})/4$, $m=(9-2\sqrt{17})/4$이다.

R3. 켤레 관계로 곱 계산

조건

두 극값은 실제 원 위의 두 점에서 얻어진다.

사용 과정

$16\mathrm{M}m=81-4\cdot17$이다.

결과 · 다음 연결

답은 13이다.

29번 | 정답 56 | 4점

R1. 초점까지 거리비에서 가로좌표

조건

$c^2=a^2-b^2$이고 $\mathrm{P}=(u,\sqrt{15})$라 둔다.

사용 과정

거리 합이 $2a$이므로 $\mathrm{PF}_1=4a/3$, $\mathrm{PF}_2=2a/3$이다. 거리의 제곱 차는 $4cu=4a^2/3$이므로 $u=a^2/(3c)$이다.

결과 · 다음 연결

접선의 x절편은 $a^2/u=3c$이다.

기하 29번 해설

R2. 접선 절편과 타원 소속 조건 결합

조건

$3c=12$이므로 $c=4$이고 $b^2=a^2-16$이다.

사용 과정

$u=a^2/12$를 타원식에 넣으면 $a^2/144+15/(a^2-16)=1$이다. $z=a^2$로 두면 $(z-36)(z-124)=0$이다.

결과 · 다음 연결

$a<10$이므로 $z=124$를 제외하고 $a^2=36$이다.

R3. 남은 축 길이와 원조건

조건

$b^2=20,\ u=3$이다.

사용 과정

$\mathrm{P}=(3,\sqrt{15})$에서 두 초점까지 거리는 $8, 4$이며 접선은 $(12,0)$을 지난다.

결과 · 다음 연결

$a^2+b^2=56$이다.

30번 | 정답 32 | 4점

R1. 두 모서리 위의 위치를 길이로 표시

조건

$\mathrm{AP}=x,\ \mathrm{CQ}=y$라 두면 $0<x\le 4,\ 0\le y\le 4$이다.

사용 과정

정삼각형 ACD에서 코사인법칙으로 $\mathrm{AQ}^2=y^2-4y+16$이다. BQ^2도 같은 값이므로 삼각형 ABQ는 이등변삼각형이다. AB의 중점을 H라 하면 $\mathrm{QH}^2=\mathrm{AQ}^2-4$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{PQ}^2=(x-2)^2+\mathrm{QH}^2=(x-2)^2+(y-2)^2+8$이다.

기하 30번 해설

R2. 주어진 각으로 다른 PQ 관계

조건

삼각형 APQ에서 코사인법칙을 쓴다.

사용 과정

$\mathrm{AQ}^2 = x^2 + \mathrm{PQ}^2 - x\mathrm{PQ}$이다. 앞의 두 거리식의 차를 이용하면 $x\mathrm{PQ} = 2x(x-2)$이다. $x>0$이므로 $\mathrm{PQ} = 2(x-2)$이고 $x>2$이다.

결과 · 다음 연결

$3(x-2)^2 = (y-2)^2 + 8$이다.

R3. 최소와 실제 점의 존재

조건

$\mathrm{PQ}^2 = 4(x-2)^2$이다.

사용 과정

$\mathrm{PQ}^2 = \frac{4}{3}\{(y-2)^2+8\} \geq 32/3$이다. $y=2$, $x = 2+\sqrt{8/3} < 4$이면 두 점이 모두 허용된 선분 위에 있고 원래 각 조건도 만족한다.

결과 · 다음 연결

$m = 32/3$이므로 $3m = 32$이다.