정답표와 예상 등급컷

정답표

공통과목

1번 ⑤ / 2번 ② / 3번 ④ / 4번 ① / 5번 ③

6번 ⑤ / 7번 ② / 8번 ④ / 9번 ① / 10번 ③

11번 ⑤ / 12번 ② / 13번 ① / 14번 ④ / 15번 ③

16번 5 / 17번 28 / 18번 7 / 19번 30 / 20번 25

21번 16 / 22번 11

확률과 통계

23번 ④ / 24번 ② / 25번 ⑤ / 26번 ① / 27번 ③

28번 ④ / 29번 229 / 30번 515

미적분

23번 ④ / 24번 ④ / 25번 ② / 26번 ⑤ / 27번 ①

28번 ② / 29번 191 / 30번 3

기하

23번 ④ / 24번 ① / 25번 ③ / 26번 ⑤ / 27번 ②

28번 ① / 29번 10 / 30번 7

예상 등급컷

공통과목과 선택과목을 합한 100점 만점 원점수 기준입니다.

선택과목	1등급	2등급	3등급
확률과 통계	86점	80점	72점
미적분	82점	76점	68점
기하	86점	80점	72점

위 점수는 문항 구성과 예상 풀이 부담을 바탕으로 정한 제작자 예상치입니다. 실제 응시 결과에 따라 달라질 수 있습니다.

공통과목 해설

1번 | 정답 ⑤ | 2점

R1. 같은 수를 계산하기 쉬운 형태로 바꾼다

조건

$(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)$의 값은?

사용 과정

합과 차의 곱을 이용하면 $(\sqrt{5})^2-1^2=5-1=4$이다.

결과 · 다음 연결

구하는 값은 4이다.

2번 | 정답 ② | 2점

R1. 도함수에 주어진 값을 대입한다

조건

$x=1$에서의 미분계수를 구한다.

사용 과정

$f'(x)=4x^3-4x+3$이므로 $f'(1)=3$이다.

결과 · 다음 연결

미분계수는 3이다.

공통과목 3번 해설

3번 | 정답 ④ | 3점

R1. 같은 간격의 항과 합을 연결한다

조건

등차수열 $\{a_n\}$의 첫 번째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $\mathrm{S}_4=18$, $\mathrm{S}_8=84$일 때, a_1의 값은?

사용 과정

$4a_1+6d=18$, $8a_1+28d=84$이다. 첫 식의 두 배를 두 번째에서 빼면 $16d=48$이므로 $d=3$, $a_1=0$이다.

결과 · 다음 연결

요구한 값은 0이다.

4번 | 정답 ① | 3점

R1. 빈 점의 함수값을 극한과 맞춘다

조건

$x=-1$에서 연속이다.

사용 과정

분자는 $(x-(-1))(x+(3))$로 인수분해된다. $x\neq -1$에서 약분한 뒤 극한을 취하면 2이다.

결과 · 다음 연결

연속 조건에서 $a=2$이다.

공통과목 5번 해설

5번 | 정답 ③ | 3점

R1. 범위에서 부호를 정한다

조건

$\pi/2 < \theta < \pi$이고 $\cos\theta = -5/13$일 때, $\tan\theta$의 값은?

사용 과정

제2사분면에서 $\sin\theta = 12/13$이므로 $\tan\theta = (12/13)/(-5/13) = -12/5$이다.

결과 · 다음 연결

구하는 값은 $-\frac{12}{5}$이다.

6번 | 정답 ⑤ | 3점

R1. 미분계수와 함수값으로 계수를 결정한다

조건

함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + b$가 $f'(-1) = 2$, $f(0) = 4$를 만족시킨다. $f(2)$의 값은?

사용 과정

$f'(x) = 3x^2 - 6x + a$이므로 $a = -7$이다. $f(0) = b$에서 상수항은 4이다.

결과 · 다음 연결

$f(2) = 8 - 12 + 2 \times (-7) + (4) = -14$이다.

공통과목 7번 해설

7번 | 정답 ② | 3점

R1. 적분의 대칭 또는 구간을 결합한다

조건

연속함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^2 f(x)\,dx = 3$, $\int_2^5 f(x)\,dx = -1$이다. $\int_0^5 \{2f(x)+1\}\,dx$의 값은?

사용 과정

구간을 나누어 $\int_0^5 f = 3 - 1 = 2$를 얻는다. 상수1의 적분은 구간 길이5이므로 목표는 $2\times 2 + 5 = 9$이다.

결과 · 다음 연결

정적분 값은 9이다.

8번 | 정답 ④ | 3점

R1. 같은 비율을 항 또는 합 사이에 적용한다

조건

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫 번째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $\mathrm{S}_3 = 7$, $\mathrm{S}_6 = 63$일 때, a_4의 값은?

사용 과정

$\mathrm{S}_6 = (1+r^3)\mathrm{S}_3$이므로 $1 + r^3 = 9$, $r = 2$이다. $\mathrm{S}_3 = a_1(1+2+4) = 7$에서 $a_1 = 1$, 따라서 $a_4 = 8$이다.

결과 · 다음 연결

요구한 값은 8이다.

공통과목 9번 해설

9번 | 정답 ① | 4점

R1. 접선에 외부점 조건을 넣는다

조건

기울기는 $3t^2-6t$이다.

사용 과정

접선의 절편은 $f(t)-tf'(t)=-2t^3+3t^2+4$이다. 이 값이 4이므로 $t^2(3-2t)=0$이다.

결과 · 다음 연결

$t\neq 0$이므로 $t=3/2$이다.

R2. 선택한 접점의 도함수를 계산한다

조건

처음부터 제외한 접점 0을 다시 답에 넣지 않는다.

사용 과정

$3(3/2)^2-6(3/2)=-9/4$이다.

결과 · 다음 연결

정답은 $-9/4$이다.

10번 | 정답 ③ | 4점

R1. 로그의 교점에서 두 좌표의 역할을 구별한다

조건

$0<x<16$에서 같은 밑의 로그값이 같다.

사용 과정

$x=16-x$이므로 $\mathrm{A}=(8,3)$이다. B의 x좌표는 8이 아니라 3이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{B}=(3,8)$, $\mathrm{C}=(3,0)$이다.

공통과목 10번 해설

R2. 밑변과 높이를 구한다

조건

$\mathrm{OC}=3$, $\mathrm{BC}=8$이다.

사용 과정

넓이는 $3\times 8/2=12$이다.

결과 · 다음 연결

정답은12이다.

11번 | 정답 ⑤ | 4점

R1. 남은 각과 마주 보는 변을 구한다

조건

세 내각의 합은 π이다.

사용 과정

$\angle \mathrm{C}=\pi/2$이다. 사인법칙에서 $\mathrm{AB}=10$, $\mathrm{AC}=10\sin(\pi/3)=5\sqrt{3}$, $\mathrm{BC}=10\sin(\pi/6)=5$이다.

결과 · 다음 연결

직각을 끼고 있는 두 변을 넓이에 쓴다.

R2. 직각삼각형의 넓이를 계산한다

조건

$\mathrm{AC}\perp\mathrm{BC}$이다.

사용 과정

넓이는 $5\sqrt{3}\times 5/2=25\sqrt{3}/2$이다.

결과 · 다음 연결

정답은 $25\sqrt{3}/2$이다.

공통과목 12번 해설

12번 | 정답 ② | 4점

R1. 부정적분의 성질로 도함수를 얻는다

조건

$\mathrm{F}' = f$이다.

사용 과정

미분하면 $(x+2)f'(x) = 2x+4$이다. $x \neq -2$에서 $f' = 2$이고 다항함수이므로 모든 실수에서 성립한다.

결과 · 다음 연결

$f(x) = 2x + \mathrm{C}$이다.

R2. 상수와 정적분을 정한다

조건

$f(0) = 3$에서 $\mathrm{C} = 3$이다.

사용 과정

원시함수 x^2+3x의 2와 -1에서의 값의 차는 $10-(-2) = 12$이다.

결과 · 다음 연결

정답은 12이다.

공통과목 13번 해설

13번 | 정답 ① | 4점

R1. 두 수평선과의 교점 수를 합한다

조건

$a>0$이므로 $f(x)=a$와 $f(x)=-a$의 해는 겹치지 않는다.

사용 과정

$f'(x)=3(x-1)(x+1)$이고 극값은2와-2이다. $0<a<2$이면 각 수평선과 세 번 만나므로 모두6개이다. $a>2$이면 각각 한 번으로2개이다.

결과 · 다음 연결

$a=2$인 경계를 따로 확인한다.

R2. 접하는 점의 중복을 한 번만 센다

조건

$f(x)=2$의 서로 다른 해는-1,2이고 $f(x)=-2$의 서로 다른 해는-2,1이다.

사용 과정

합쳐서 $-2,\ -1,1,2$의 네 개이다.

결과 · 다음 연결

따라서 $a=2$이다.

공통과목 14번 해설

14번 | 정답 ④ | 4점

R1. 두 지수값을 하나의 양으로 표현한다

조건

$u=a^t>0$라 두면 $\mathrm{A}=(t,u)$, $\mathrm{B}=(2t,u^2)$이다.

사용 과정

직각 조건은 두 직선의 기울기 곱이나 피타고라스 정리에서 $t^2+u^3-u^2=0$으로 쓸 수 있다. 따라서 $t^2=u^2(1-u)$이다. $t\neq 0$이므로 $0<u<1$이고 $a>1$에서 $t<0$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{OB}^2=4t^2+u^4=u^2(u-2)^2$이다.

R2. 길이 식의 절댓값을 범위로 정리한다

조건

$0<u<1$이므로 $\mathrm{OB}=u(2-u)=3/4$이다.

사용 과정

$u^2-2u+3/4=0$의 해는$1/2, 3/2$이고 범위에 맞는 것은 $u=1/2$이다. $t^2=u^2(1-u)=1/8$이며 $t<0$이므로 $t=-1/(2\sqrt{2})$이다.

결과 · 다음 연결

$a^{-1/(2\sqrt{2})}=1/2$이다.

R3. 묻는 지수로 변환하고 실재 여부를 확인한다

조건

양변을 -8제곱하면 된다.

사용 과정

$a^{2\sqrt{2}}=2^8=256$이다. $u=1/2$, $t=-1/(2\sqrt{2})$를 넣으면 $\mathrm{OB}=3/4$이고 직각 관계도 만족한다.

결과 · 다음 연결

정답은256이다.

공통과목 15번 해설

15번 | 정답 ③ | 4점

R1. 전구간 부등식의 등호점을 이중근으로 읽는다

조건

$g(x) \geq 0$이고 $g(1) = g(3) = 0$이다.

사용 과정

부호가 바뀌지 않는 두 근은 각각 짝수 중복도를 갖는다. 최고차항 계수가1인 사차식이므로 $g(x) = (x-1)^2(x-3)^2$이다.

결과 · 다음 연결

$g(g(x)) = 0$은 $g(x) = 1$ 또는 $g(x) = 3$이다.

R2. 중심을 옮겨 두 방정식의 허용 범위를 확인한다

조건

$u = (x-2)^2 \geq 0$이면 $g(x) = (u-1)^2$이다.

사용 과정

$g(x) = 1$에서 $u = 0, 2$를 얻어 $x = 2, 2 \pm \sqrt{2}$의3개이다. $g(x) = 3$에서는 $u = 1 \pm \sqrt{3}$ 중 양수인 $1 + \sqrt{3}$만 가능하여2개이다.

결과 · 다음 연결

두 방정식의 해는 겹치지 않으므로 총5개이다.

공통과목 16번 해설

16번 | 정답 5 | 3점

R1. 로그식을 지수식으로 바꾼다

조건

양수 a, b에 대하여 $\log_5 a = 2$, $\log_a b = \frac{1}{2}$일 때, b의 값을 구하시오.

사용 과정

$a = 5^2$이고 $b = a^{\frac{1}{2}} = 5^1$이다.

결과 · 다음 연결

따라서 $b = 5$이다.

17번 | 정답 28 | 3점

R1. 원시함수의 양 끝값을 뺀다

조건

$\int_1^3 (6x^2 - 6x)\,dx$의 값을 구하시오.

사용 과정

한 원시함수는 $\mathrm{F}(x) = 2x^3 - 3x^2$이다. $\mathrm{F}(3) - \mathrm{F}(1)$을 계산한다.

결과 · 다음 연결

정적분 값은 28이다.

공통과목 18번 해설

18번 | 정답 7 | 3점

R1. 누적된 합에서 항을 복원해 소거한다

조건

수열 $\{a_n\}$의 첫 번째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 $\mathrm{S}_n = n(n+7)$이다.

사용 과정

$n \geq 2$에서 $a_n = \mathrm{S}_n - \mathrm{S}_{n-1} = 2n+6$이다. $a_1 = \mathrm{S}_1 = 8$도 같은 식과 일치한다.

$1/(a_k a_{k+1}) = \frac{1}{2}(1/a_k - 1/a_{k+1})$로 분해하면 중간 항들이 소거된다. 따라서 합은 $\frac{1}{2}(1/8 - 1/22)$이다.

결과 · 다음 연결

주어진 계수를 곱하면 7이다.

19번 | 정답 30 | 3점

R1. 유한한 극한에서 근과 기울기를 얻는다

조건

최고차항의 계수가1인 이차함수 $f(x)$가 $\lim_{x \to 3} \frac{f(x)}{x-(3)} = 7$을 만족시킨다.

사용 과정

분모가0으로 가므로 $f(3) = 0$이다. $f(x) = (x-(3))(x+b)$라 두면 극한은 $3+b = 7$이어서 $b = 4$이다.

결과 · 다음 연결

$f(6) = (6-(3))(6+(4)) = 30$이다.

공통과목 20번 해설

20번 | 정답 25 | 4점

R1. 첫 번째 해의 범위를 정한다

조건

$x = 2k\pi - 2\theta$이고 $0 < 2\theta < \pi/2$이다.

사용 과정

$0 \le x \le 2\pi$를 만족시키는 정수는 $k = 1$뿐이다. 따라서 첫 번째 해는 $2\pi - 2\theta \in (3\pi/2, 2\pi)$이다.

결과 · 다음 연결

$p = 2$이다.

R2. 두 번째 해를 구하고 중복을 검사한다

조건

두 번째 식은 $3x = \pi + 2k\pi$이다.

사용 과정

범위 안의 해는 $\pi/3, \pi, 5\pi/3$이다. 이미 세 해가 있으므로 첫 번째 해가 이 중 하나여야 한다. 첫 번째 해의 범위 때문에 가능한 것은 $5\pi/3$뿐이고, $2\pi - 2\theta = 5\pi/3$에서 $\theta = \pi/6$이다.

결과 · 다음 연결

$q = 1/6$이고 주어진 θ의 범위도 만족한다. 따라서 $12p + 6q = 24 + 1 = 25$이다.

공통과목 21번 해설

21번 | 정답 16 | 4점

R1. 전구간 부등식에서 낮은 차수의 항을 결정한다

조건

$f(x)=x^3+\mathrm{A}x^2+\mathrm{B}x+\mathrm{C}$로 놓는다.

사용 과정

$x=0$을 대입하면 $\mathrm{C}=0$이다. $x\neq 0$에서 $|\mathrm{A}x+\mathrm{B}|\le 3|x|$이고 $x\to 0$으로 보내면 $\mathrm{B}=0$이다. 남은 부등식은 $|\mathrm{A}|\le 3$이다.

결과 · 다음 연결

$f(x)=x^3+\mathrm{A}x^2$, $-3\le \mathrm{A}\le 3$이다.

R2. 서로 다른 두 근을 만드는 수평선의 높이를 찾는다

조건

$\mathrm{A}=0$이면 $x^3=k$의 실근은 항상 하나이므로 조건에 맞지 않는다.

사용 과정

$\mathrm{A}\neq 0$일 때 $f'(x)=x(3x+2\mathrm{A})$의 두 영점은 $0,\ -2\mathrm{A}/3$이고 도함수의 부호가 각각 바뀐다. 세제곱의 양 끝 거동과 증가 · 감소로부터 정확히 두 근을 만드는 높이는 두 극값 $f(0)=0$, $f(-2\mathrm{A}/3)=4\mathrm{A}^3/27$이다.

결과 · 다음 연결

두 높이의 합이 -4이므로 $4\mathrm{A}^3/27=-4$이다.

R3. 원래 부등식의 범위를 확인한다

조건

$\mathrm{A}=-3$을 얻는다.

사용 과정

$|\mathrm{A}|\le 3$을 만족하며 $f(x)=x^3-3x^2$의 극값은 $0,\ -4$이다. 두 높이에서 각각 중근 하나와 단근 하나가 있으므로 조건과 일치한다.

결과 · 다음 연결

$f(4)=64-48=16$이다.

공통과목 22번 해설

22번 | 정답 11 | 4점

R1. 역수를 취해 항의 위치를 나타낸다

조건

$a_1 > 0$이고 점화식의 분모는 모든 항에서 0이 아니다.

사용 과정

$a_n \neq 0$이면 $a_{n+1} \neq 0$이므로 모든 항은 0이 아니다. 따라서 역수를 취할 수 있고 $\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} - 1$이다. $c = 1/a_1 > 0$이라 놓으면 $\frac{1}{a_n} = c - n + 1$, 즉 $a_n = \frac{1}{c-n+1}$이다.

결과 · 다음 연결

역수로 이루어진 수열의 공차는 -1로 정해진다. 각 분모가 0이 되지 않는 범위에서 이 표현을 사용한다.

R2. 곱의 합을 원래 항의 차로 바꾼다

조건

주어진 두 합은 역수의 합이 아니라 $a_n a_{n+1}$의 합이다.

사용 과정

점화식에서 $a_{n+1} - a_n = \frac{a_n^2}{1-a_n} = a_n a_{n+1}$을 얻는다. 따라서 첫 합은 $a_{m+1} - a_1$, 두 번째 합은 $a_{2m+1} - a_{m+1}$이다. R1의 표현을 넣으면 각각 $\frac{m}{c(c-m)} = -\frac{4}{9}$, $\frac{m}{(c-m)(c-2m)} = \frac{4}{27}$이다.

결과 · 다음 연결

처음 구간과 그다음 구간에서 공통으로 나타나는 끝항을 통해 c, m의 두 관계를 얻었다.

공통과목 22번 해설

R3. 두 구간의 비로 길이와 첫 항을 연결한다

조건

$m>0$이고 $c, c-m, c-2m$은 모두 0이 아니므로 두 합의 비를 취할 수 있다.

사용 과정

첫 식을 둘째 식으로 나누면 $\frac{c-2m}{c}=-3$이므로 $m=2c$이다. 이를 첫 식에 넣으면 $-2/c=-4/9$이므로 $c=9/2$, $m=9$이다.

결과 · 다음 연결

$a_n=\frac{2}{11-2n}$이다. 분모 $11-2n$은 모든 자연수 n에서 홀수여서 0이 아니고, $a_n=1$이 되려면 $n=9/2$이어야 하므로 주어진 점화식은 모든 항에서 정의된다.

R4. 원래 항들의 합에서 서로 지워지는 짝을 찾는다

조건

구해야 하는 것은 $\sum_{n=1}^{9} a_n$이며 a_n 자체는 등차수열이 아니다.

사용 과정

$2 \le n \le 9$에서 $a_{11-n}=\frac{2}{2n-11}=-a_n$이다. 따라서 (a_2, a_9), (a_3, a_8), (a_4, a_7), (a_5, a_6)이 각각 상쇄되고 a_1만 남는다.

결과 · 다음 연결

$\sum_{n=1}^{9} a_n = a_1 = 2/9$이다. 따라서 $p+q=9+2=11$이다.

확률과 통계 해설

확률과 통계 해설

23번 | 정답 ④ | 2점

R1. 목표 차수를 만드는 인수를 고른다

조건

6개의 인수 중 2개에서 x를 고른다.

사용 과정

계수는 ${}_6\mathrm{C}_2\,2^4 = 240$이다.

결과 · 다음 연결

정답은 240이다.

24번 | 정답 ② | 3점

R1. 독립관계를 여사건에 적용한다

조건

A와 B가 독립이면 A^c와 B도 독립이다.

사용 과정

$\mathrm{P}(\mathrm{A}^c \cap \mathrm{B}) = (1-\mathrm{P}(\mathrm{A}))\mathrm{P}(\mathrm{B}) = (1-\frac{3}{5})\frac{2}{3} = \frac{4}{15}$이다.

결과 · 다음 연결

정답은 $\frac{4}{15}$이다.

확률과 통계 25번 해설

25번 | 정답 ⑤ | 3점

R1. 표본평균의 표준편차로 표준화한다

조건

정규분포 $\mathrm{N}(m, 10^2)$을 따르는 모집단에서 크기 25인 표본의 표본평균을 $\overline{\mathrm{X}}$라 하자.
$\mathrm{P}(\overline{\mathrm{X}} \le 12) = 0.8413$이다.

사용 과정

표본평균의 표준편차는 $10/5 = 2$이다. $(12 - m)/2 = 1$이므로 $m = 10$이다.

결과 · 다음 연결

구하는 값은 10이다.

26번 | 정답 ① | 3점

R1. 조건부 표본공간을 여사건으로 센다

조건

전체 두 장의 조합은 15가지이다.

사용 과정

곱이 홀수인 경우는 홀수 3장 중 2장을 뽑은 3가지이다. 따라서 곱이 짝수인 조건부 표본공간은 12가지이다.

결과 · 다음 연결

동시에 꺼내므로 순서는 세지 않는다.

확률과 통계 26번 해설

R2. 목표 조건이 앞 조건을 자동 충족하는지 확인한다

조건

합이 홀수이면 홀수와 짝수를 하나씩 뽑은 것이다.

사용 과정

이 경우 곱은 항상 짝수이다. 경우의 수는 $3\times3=9$이므로 조건부확률은 $9/12=3/4$이다.

결과 · 다음 연결

정답은 $3/4$이다.

27번 | 정답 ③ | 3점

R1. 중단 조건에서 횟수의 확률분포를 만든다

조건

세 번째 던지기는 앞면 여부와 상관없이 마지막이다.

사용 과정

$\mathrm{P}(\mathrm{X}=1)=1/2$, $\mathrm{P}(\mathrm{X}=2)=1/4$, $\mathrm{P}(\mathrm{X}=3)=1/4$이다. 마지막 경우는 처음 두 번이 뒷면이면 모두 포함된다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{E}(\mathrm{X})=7/4$, $\mathrm{E}(\mathrm{X}^2)=15/4$이다.

R2. 분산과 상수배를 차례로 계산한다

조건

제곱 평균에서 평균 제곱을 뺀다.

사용 과정

$\mathrm{V}(\mathrm{X})=15/4-49/16=11/16$이다. 따라서 $\mathrm{V}(4\mathrm{X})=16\mathrm{V}(\mathrm{X})=11$이다.

결과 · 다음 연결

정답은11이다.

확률과 통계 28번 해설

28번 | 정답 ④ | 4점

R1. 전체 배열의 홀짝 형태를 정한다

조건

홀수4장, 짝수3장이다.

사용 과정

이웃합이 홀수이면 홀짝이 번갈아야 하므로 전체 형태는 홀 · 짝 · 홀 · 짝 · 홀 · 짝 · 홀이다.

결과 · 다음 연결

처음 세 값은 홀수 둘과 짝수 하나이다.

R2. 합이12인 앞부분의 묶음을 센다

조건

조건에 맞는 세 값의 집합을 순서 없이 고른다.

사용 과정

가능한 묶음은 $\{1,4,7\}$, $\{1,5,6\}$, $\{2,3,7\}$, $\{3,4,5\}$이다. 각 묶음은 홀수 두 자리 교환2가지, 뒤의 홀수 두 자리2가지, 짝수 두 자리2가지가 가능하다.

결과 · 다음 연결

$4\times2\times2\times2=32$가지이다.

확률과 통계 29번 해설

29번 | 정답 229 | 4점

R1. 평균으로 양끝 확률을 같게 둔다

조건

$\mathrm{P}(\mathrm{X}=0)=\mathrm{P}(\mathrm{X}=2)=a$라 두면 $\mathrm{P}(\mathrm{X}=1)=1-2a$이다.

사용 과정

두 값이 같을 확률은 $2a^2+(1-2a)^2=3/8$이다. 따라서 $48a^2-32a+5=0$에서 $a=1/4$ 또는 $5/12$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{V}(\mathrm{X})=2a<2/3$이므로 $a=1/4$만 가능하다.

R2. 네 표본의 합과 조건 사건을 구별한다

조건

각 값$0,1,2$의 확률은$1/4,1/2,1/4$이다.

사용 과정

적어도 하나가0일 확률은 $1-(3/4)^4=175/256$이다. 합이4이며0을 포함하는 구성은 $(0,0,2,2)$와 $(0,1,1,2)$이다.

결과 · 다음 연결

각 확률은 $6/256$, $12\times 4/256=48/256$이므로 교집합 확률은$54/256$이다.

R3. 조건부확률을 계산한다

조건

분모와 분자 모두 같은 네 번의 복원추출에서 계산했다.

사용 과정

확률은 $54/175$이고 서로소이므로 $p+q=229$이다.

결과 · 다음 연결

정답은229이다.

확률과 통계 30번 해설

30번 | 정답 515 | 4점

R1. 조건부 표본공간에서 빈 동아리를 제외한다

조건

전체 선택은 3^8가지로 같은 확률이다.

사용 과정

빈 동아리 하나를 지정하여 빼고 두 개를 다시 더하면 $3^8-3\times2^8+3=5796$가지이다.

결과 · 다음 연결

분자는 쌍둥이 분리와 인원 차이를 함께 만족하는 선택이다.

R2. 쌍둥이 분리에서 가능한 인원 구성을 제한한다

조건

한 동아리에 각 쌍에서 최대 한 명씩만 올 수 있으므로 최대 인원은4이다.

사용 과정

양의 서로 다른 세 정수가 합8이며 모두4이하인 구성은$1,3,4$뿐이다. 이 인원을 세 동아리에 배정하는 방법은 $3!=6$가지이다.

결과 · 다음 연결

한 명인 동아리에 들어갈 학생은8가지이다.

R3. 남은 쌍들의 배치를 빠짐없이 센다

조건

한 명인 동아리를 정하면 나머지 세 쌍은 모두 남은 두 동아리에 한 명씩 나뉜다.

사용 과정

세 쌍의 방향은 $2^3=8$가지이다. 외따로 고른 학생의 쌍둥이는4명인 동아리에 들어가야 인원이3, 4가 된다. 따라서 분자는 $6\times8\times8=384$이다.

결과 · 다음 연결

$384/5796=32/483$이므로 $p+q=515$이다.

미적분 해설

23번 | 정답 ④ | 2점

R1. 알려진 극한 형태로 바꾼다

조건

$\lim_{n\to\infty} n\sin(1/n)$의 값은?

사용 과정

$t=1/n$으로 놓으면 $t\to 0+$이고 식은 $\sin t/t$가 된다.

결과 · 다음 연결

극한은 1이다.

24번 | 정답 ④ | 3점

R1. 함수의 결합 방식에 맞게 미분한다

조건

곡선 $x^2+xy+y^2=7$ 위의 점 $(1,2)$에서의 접선의 기울기는?

사용 과정

양변을 x에 대하여 미분하면 $2x+y+xy'+2yy'=0$이다. $(1,2)$를 대입하여 $4+5y'=0$을 얻는다.

결과 · 다음 연결

기울기는 $-\frac{4}{5}$이다.

미적분 25번 해설

25번 | 정답 ② | 3점

R1. 안쪽 식을 변수로 정한다

조건

$\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^3 x \, dx$의 값은?

사용 과정

$u = \cos x$라 두면 $du = -\sin x dx$이다. 경계가 1에서 0으로 바뀌므로 적분은 $\int_0^1 u^3 du = 1/4$이다.

결과 · 다음 연결

적분값은 $\frac{1}{4}$이다.

26번 | 정답 ⑤ | 3점

R1. 수렴 범위를 유지하며 합의 식을 만든다

조건

실수 r에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} r^{2n-2}$와 $\sum_{n=1}^{\infty} r^{2n-1}$이 수렴하고 그 합의 차는 $2/3$이다.

사용 과정

수렴 조건은 $|r| < 1$이다. 두 합의 차는 $(1-r)/(1-r^2) = 1/(1+r) = 2/3$이므로 $r = 1/2$이다. 두 합을 더하면 $1/(1-r) = 2$이다.

결과 · 다음 연결

구하는 값은 2이다.

미적분 27번 해설

27번 | 정답 ① | 3점

R1. 주어진 변화율을 목표 변수의 변화율로 바꾼다

조건

$x>1$에서 정의된 함수 $f(x)=x\ln x-x$의 역함수를 g라 하자. $\frac{1}{g'(e^2)}$의 값은?

사용 과정

$f(e^2)=e^2$이고 $f'(x)=\ln x$이다. 역함수 미분법에서 $g'(e^2)=1/f'(e^2)=1/2$이다.

결과 · 다음 연결

정답은 2이다.

28번 | 정답 ② | 4점

R1. 큰 근에 해당하는 가지와 대응점을 찾는다

조건

방정식의 실근은 $x>1$이고 $t=x^2/\ln x$로 나타낼 수 있다.

사용 과정

$\mathrm{F}(x)=x^2/\ln x$라 하면 $\mathrm{F}'(x)=x(2\ln x-1)/(\ln x)^2$이다. F는 $(1,\sqrt{e})$에서 감소하고 $(\sqrt{e},\infty)$에서 증가하며 최솟값은 $2e$이다.

결과 · 다음 연결

큰 근은 $x>\sqrt{e}$인 증가 가지의 역함숫값이다. $\mathrm{F}(e)=e^2$이므로 $g(e^2)=e$이다.

미적분 28번 해설

R2. 대응 관계를 두 번 미분한다

조건

$g(t)^2 = t\ln g(t)$이고 해당 가지의 도함수는 0이 아니다.

사용 과정

한 번 미분하면 $2gg' = \ln g + tg'/g$이다. $t = e^2$, $g = e$를 대입하면 $g' = 1/e$이다. 다시 미분하면 $2(g')^2 + 2gg'' = 2g'/g + t(g''/g - (g')^2/g^2)$이다.

결과 · 다음 연결

같은 값을 대입하면 $eg'' = -1/e^2$이므로 $g''(e^2) = -1/e^3$이다.

29번 | 정답 191 | 4점

R1. 변하는 비율의 곱으로 일반항을 만든다

조건

$a_{n+1}/a_n = (n+2)/(2n)$이다.

사용 과정

분자와 분모의 곱에서 겹치는 인자를 지우면 $a_n = n(n+1)/2^n$이다. $a_2 = a_3 = 3/2$, $a_4 = 5/4$, $a_5 = 15/16$이다.

결과 · 다음 연결

$n > 2$에서 비율이 1보다 작으므로 $a_n > 1$인 항은 정확히 $n = 2, 3, 4$이다.

미적분 29번 해설

R2. 절댓값의 부호를 나누어 급수를 두 부분으로 만든다

조건

나머지 항에서는 $|a_n - 1| = 1 - a_n$이다.

사용 과정

목표 급수는 $\Sigma(1-a_n)/2^n + 2\sum_{n=2}^{4}(a_n-1)/2^n$이다. 뒤의 유한 합에 2를 곱한 값은 $2(1/8 + 1/16 + 1/64) = 13/32$이다.

결과 · 다음 연결

앞부분을 구하려면 $\mathrm{T} = \Sigma n(n+1)/4^n$이 필요하다.

R3. 같은 급수를 한 칸 옮겨 다항계수를 낮춘다

조건

$\mathrm{U} = \Sigma n/4^n$이라 하자.

사용 과정

첫 항부터 같은 지수끼리 빼면 $(3/4)\mathrm{U} = \Sigma 1/4^n = 1/3$이므로 $\mathrm{U} = 4/9$이다. 같은 방법으로 $(3/4)\mathrm{T} = 2\mathrm{U}$이므로 $\mathrm{T} = 32/27$이다.

결과 · 다음 연결

따라서 급수는 $1 - 32/27 + 13/32 = 191/864$이며 구하는 값은 191이다.

미적분 30번 해설

30번 | 정답 3 | 4점

R1. 로그변수를 도입해 한 함수의 원상 수를 정한다

조건

$z=\ln x$는 모든 실수를 한 번씩 지난다.

사용 과정

z^3-3z의 극댓값은2, 극솟값은-2이다. 따라서 $f(x)=y$는 $0<y<2$에서3개, $y=2$에서2개, $y>2$에서1개의 양의 해를 갖는다.

결과 · 다음 연결

합성식에서는 안쪽 값 $y=f(x)$가 양수여야 한다.

R2. 바깥 방정식의 해를 안쪽의 임계 높이와 비교한다

조건

$f(y)=a$를 $z=\ln y$로 쓰면 $z^3-3z=a$이다.

사용 과정

$-2<a<2$이면 세 해는 $z_1<-1<z_2<1<z_3$이다. $y_1=e^{z_1}<2$, $y_3=e^{z_3}>2$이므로 이 두 해에서는 각각3개,1개의 x가 나온다.

결과 · 다음 연결

전체6개가 되려면 가운데 $y_2=2$, 즉 $z_2=\ln 2$여야 한다. 그때 가운데 가지에서2개가 추가된다.

R3. 나머지 범위와 목표식을 확인한다

조건

$a=\pm 2$이면 바깥 해가2개여서 전체4개이며, $a<-2$이면3개, $a>2$이면1개이다.

사용 과정

따라서 유일한 값은 $a=(\ln 2)^3-3\ln 2$이다.

결과 · 다음 연결

목표식은3이다.

기하 해설

23번 | 정답 ④ | 2점

R1. 표준형에서 초점 관계를 읽는다

조건

포물선 $y^2=12x$의 초점의 x좌표는?

사용 과정

$y^2=4px$와 비교하면 $4p=12$이므로 초점은 $(3,0)$이다.

결과 · 다음 연결

정답은 3이다.

24번 | 정답 ① | 3점

R1. 벡터의 크기를 성분 또는 내적으로 계산한다

조건

$|\vec{u}|=|\vec{v}|=1$, $\vec{u}\cdot\vec{v}=-1/2$일 때, $|3\vec{u}+\vec{v}|$의 값은?

사용 과정

제곱은 $9+1+6(-1/2)=7$이므로 크기는 $\sqrt{7}$이다.

결과 · 다음 연결

정답은 $\sqrt{7}$이다.

기하 25번 해설

25번 | 정답 ③ | 3점

R1. 수직인 거리 관계를 사용한다

조건

중심이 원점이고 반지름이3인 구와 평면 $z=2$가 만나서 생기는 원의 넓이는?

사용 과정

단면 반지름의 제곱은 $3^2-2^2=5$이므로 넓이는 5π이다.

결과 · 다음 연결

정답은 5π이다.

26번 | 정답 ⑤ | 3점

R1. 접하는 조건을 직선의 정보로 바꾼다

조건

쌍곡선 $x^2/4-y^2/5=1$ 위의 점 $(3,5/2)$에서의 접선이 두 좌표축과 만드는 삼각형의 넓이는?

사용 과정

접선은 $3x/4-y/2=1$이다. 두 절편은 $4/3$, -2이므로 넓이는 $|(4/3)(-2)|/2=4/3$이다.

결과 · 다음 연결

정답은 $\frac{4}{3}$이다.

기하 27번 해설

27번 | 정답 ② | 3점

R1. 공간 관계 또는 내적식을 거리·넓이 관계로 바꾼다

조건

평면의 두 점 $\mathrm{A}(-2,0)$, $\mathrm{B}(2,0)$에 대하여 점 P가 $\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}=5$를 만족시킨다. PA의 최댓값은?

사용 과정

$\mathrm{P}=(x,y)$라 두면 내적 조건은 $x^2+y^2-4=5$, 즉 원점 중심 반지름3인 원이다. $\mathrm{OA}=2$이므로 최대 거리는 $3+2=5$이다.

결과 · 다음 연결

정답은 5이다.

28번 | 정답 ① | 4점

R1. 초점을 지나는 현의 두 점을 매개변수로 표시한다

조건

$\mathrm{P}=(2u^2,4u)$, $\mathrm{Q}=(2v^2,4v)$라 두면 두 점은 포물선 위에 있다.

사용 과정

현의 식은 $(u+v)y=2x+4uv$이다. 초점 $(2,0)$을 넣으면 $uv=-1$이다.

결과 · 다음 연결

접선은 각각 $uy=x+2u^2$, $vy=x+2v^2$이다.

기하 28번 해설

R2. 접선 교점에서 두 매개변수의 합을 얻는다

조건

두 접선식을 빼고 $u \neq v$를 사용한다.

사용 과정

$y_T = 2(u+v) = 3$이므로 $u+v = 3/2$이다. 각 점에서 초점까지 거리는 준선 $x=-2$까지 거리와 같아서 $\mathrm{PF} = 2u^2+2$, $\mathrm{QF} = 2v^2+2$이다.

결과 · 다음 연결

$uv<0$이므로 초점은 두 점 사이에 있다.

R3. 두 거리를 합하여 현의 길이를 구한다

조건

$\mathrm{PQ} = \mathrm{PF} + \mathrm{QF}$이다.

사용 과정

$\mathrm{PQ} = 2(u^2+v^2)+4 = 2((3/2)^2+2)+4 = 25/2$이다.

결과 · 다음 연결

정답은 $25/2$이다.

29번 | 정답 10 | 4점

R1. 내적 조건으로 한 점의 좌표를 다른 점에 연결한다

조건

$\mathrm{P}=(x,y)$, $\mathrm{Q}=(0,t)$라 두면 $0<t\le 4$이다.

사용 과정

내적은 $yt = 3\sqrt{2}$이므로 $y>0$, $t = 3\sqrt{2}/y$이다. 원의 식에서 $\mathrm{OP}^2 = x^2+y^2 = 4x$이다.

결과 · 다음 연결

목표는 $4x + 18/y^2$이다.

기하 29번 해설

R2. 같은 높이에서 작은 쪽 좌표를 먼저 선택한다

조건

원 위에서 $x=2\pm\sqrt{4-y^2}$이다.

사용 과정

같은 y에 대하여 작은 x가 목표를 작게 한다. $u=\sqrt{4-y^2}\ge 0$라 두면 목표는 적어도 $8-4u+18/(4-u^2)$이다.

결과 · 다음 연결

이 값에서10을 빼면 $2(u-1)^2(2u+5)/(4-u^2)\ge 0$이다. 분모는 $y^2>0$이다.

R3. 등호를 만드는 두 점이 제한을 만족하는지 확인한다

조건

$u=1$이면 $\mathrm{P}=(1,\sqrt{3})$로 잡을 수 있다.

사용 과정

$\mathrm{Q}=(0,\sqrt{6})$이면 $0<\mathrm{OQ}\le 4$, 내적 $3\sqrt{2}$가 성립한다. 이때 $\mathrm{OP}^2=4$, $\mathrm{OQ}^2=6$이다.

결과 · 다음 연결

따라서 최솟값은10이다.

30번 | 정답 7 | 4점

R1. 같은 거리 조건으로 좌표의 합을 정한다

조건

$x^2+y^2+z^2=6$이고 $(x-2)^2+y^2+(z-2)^2=6$이다.

사용 과정

두 식을 빼면 $x+z=2$이다. $u=xz$라 두면 $x^2+z^2=4-2u$, $y^2=2+2u$이다. 양수 두 수의 합이2이므로 $0<u\le 1$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{Q}=(x,y,0)$, $\mathrm{R}=(0,y,z)$이다.

기하 30번 해설

R2. 평면 안의 높이와 수직 높이를 결합한다

조건

$\mathrm{T}=(0,y,0)$라 두면 $\mathrm{TQ}=x$, $\mathrm{TR}=z$, $\mathrm{TQ}\perp\mathrm{TR}$이다.

사용 과정

직각삼각형 TQR에서 $\mathrm{QR}=\sqrt{x^2+z^2}$이고 T에서 QR까지 거리는 $xz/\sqrt{x^2+z^2}$이다. OT는 평면 TQR에 수직이므로 O에서 QR까지의 거리의 제곱은 $y^2+x^2z^2/(x^2+z^2)$이다.

결과 · 다음 연결

따라서 넓이의 제곱은 $\{(x^2+z^2)y^2+x^2z^2\}/4$이다.

R3. 허용 범위 안에서 넓이를 최대로 만든다

조건

$\mathrm{S}_{\mathrm{P}}^2=((4-2u)(2+2u)+u^2)/4$이다.

사용 과정

이를 정리하면 $7/3-(3/4)(u-2/3)^2$이다. $u=2/3$은 허용 범위 안에 있으며 $x=1+1/\sqrt{3}$, $z=1-1/\sqrt{3}$, $y=\sqrt{10/3}$으로 실현된다.

결과 · 다음 연결

최대 넓이의 제곱은 $7/3$이므로 $3\mathrm{S}^2=7$이다.