제 2 교시

2027학년도 수능 대비

아루딧 모의고사 제8회 문제지

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호					-				

○ 성명과 수험 번호를 위의 빈칸에 정확히 쓰시오.

○ 아래 문구를 답안지의 필적확인란에 정자로 쓰시오.

나는 아직 기다리고 있을 테요

김영랑 · 모란이 피기까지는 중에서

○ 답안지에 성명, 수험 번호, 선택과목을 기재하고,
각 문항의 답을 해당 번호에 정확히 표시하시오.

○ 단답형 정답에 0이 있으면 해당 자릿수의 0도 표시하시오.

○ 배점은 2점, 3점 또는 4점이며 각 문항 끝에 표시되어 있습니다.

○ 풀이와 계산에는 문제지의 여백을 사용하시오. 시험 시간은 100분입니다.

※ 공통과목과 본인이 선택한 한 과목의 문제만 푸시오.

○ 공통과목 (1~22번) ..... 1~8쪽

○ 선택과목 (23~30번)

확률과 통계 ..... 9~12쪽

미적분 ..... 13~16쪽

기하 ..... 17~20쪽

※ 시험 시작 전에는 표지를 넘기지 마시오.

아루딧

수능 수학 실전 모의고사

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $16^{3/4} \div 2^{-1}$의 값은? [2점]

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

2. 함수 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

3. 등차수열 $\{a_n\}$이 $a_2 = 5$, $a_7 = 20$을 만족시킬 때, a_{10}의 값은? [3점]

① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

4. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + ax + b}{x - 2} = 5$일 때, $a - b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$이고 $\sin\theta = \frac{3}{5}$일 때, $5\cos\theta + 4\tan\theta$의 값은? [3점]

① -9 ② -8 ③ -7 ④ -6 ⑤ -5

6. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$가 $x = 1$에서 극값 4를 가질 때, $f(2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. $\int_{-1}^{2} |2x - 2|\, dx$의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

8. 양수인 항으로 이루어진 등비수열 $\{a_n\}$이 $a_2+a_3=18$, $a_3+a_4=54$를 만족시킨다. a_1의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

9. 곡선 $y=x^3-3x$에 접하고 점 $(1,-2)$를 지나는 서로 다른 모든 접선의 기울기의 합은? [4점]

① $-\frac{11}{4}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{9}{4}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{7}{4}$

10. 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_2(8-x)$의 교점을 A라 하고, A를 지나며 기울기가 -1인 직선의 x절편을 k라 하자. k의 값은? [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

11. 삼각형 ABC에서 $\mathrm{AB}=4$, $\mathrm{AC}=6$, $\mathrm{BC}=8$이다. 변 BC 위의 점 D가 $\angle \mathrm{BAD}=\angle \mathrm{ACB}$를 만족시킬 때, 삼각형 ADC의 넓이는? [4점]

① $\frac{3\sqrt{15}}{2}$ ② $\frac{9\sqrt{15}}{4}$ ③ $\frac{5\sqrt{15}}{2}$ ④ $\frac{11\sqrt{15}}{4}$ ⑤ $3\sqrt{15}$

12. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $\int_0^x f(t)\,dt = x^3 + ax^2$를 만족시킨다. $f(1)=7$일 때, $\int_1^2 f(x)\,dx$의 값은? [4점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 $f(1)=2$, $f'(1)=0$, $f(-1)=6$을 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{27}{4}$ ④ 7 ⑤ $\frac{29}{4}$

14. 상수 $a>1$, $u>0$, $k>0$에 대하여 두 점 $\mathrm{A}=(u, a^u)$, $\mathrm{B}=(2u, a^{2u})$가 직선 $y=6x-k$ 위에 있다.

원점 O와 두 점 A,B가 만드는 삼각형의 넓이가 8일 때, a^3+k의 값은? [4점]

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 양수 a가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x)=0$의 서로 다른 두 실근은 $-a, a$이다.

(나) $f(-a)+f(a)=4$이다.

(다) 방정식 $|f(x)|=1$의 서로 다른 실근의 개수는 5이다.

$f(2a)$의 값은? [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

단답형

16. $\log_2 a=3$, $\log_2 b=5$일 때, $\log_2(a^2b)$의 값을 구하시오. (단, $a, b>0$이다.) [3점]

17. $\int_0^2(3x^2+2x+1)dx$의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합이 $S_n = n(n+2)$이다. $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

19. 함수 $f(x)$는 $x<1$에서 x^2+a, $x \geq 1$에서 $bx+3$이다. $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능할 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

20. $a>1$이고 b는 자연수이다. $0 \leq x \leq 2\pi$에서 방정식 $a\sin bx = 1$의 서로 다른 실근을 작은 것부터 $x_1, x_2, \ldots, x_6$이라 하자. 이때 $x_1 x_6 = \frac{29\pi^2}{324}$이다.

다음은 a, b의 값을 구하는 과정이다.

$\sin\theta = \frac{1}{a}$, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$인 θ를 택한다. 한 주기마다 두 해가 있으므로 $b = \boxed{\text{(가)}}$이다.

가장 작은 해와 가장 큰 해는 각각 $\frac{\theta}{b}$, $\frac{(2b-1)\pi-\theta}{b}$이다. 따라서 주어진 곱과 θ의 범위를 이용하면 $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{(나)}}}$, $a = \boxed{\text{(다)}}$를 얻는다.

(가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p+q+r$의 값을 구하시오. [4점]

21. 수직선 위의 두 점 P,Q가 시각 $t=0$에 원점에서 출발한다.

$0 \le t \le 4$에서 P의 위치는 t^3-6t^2+9t이고, Q의 속도는 상수 v이다. (단, $v \ge 0$이다.)

이 구간에서 두 점 사이의 거리의 최댓값을 $\mathrm{D}(v)$라 하자. $\mathrm{D}(v)^2$의 최솟값이 q/p일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. a_1이 40 이하의 자연수이고, 모든 자연수 n에 대하여

$a_{n+1}=|a_n-4|$인 수열 $\{a_n\}$이 있다.

$\sum_{n=1}^{20} a_n = 100$일 때, a_1의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 서로 다른 8개 중에서 2개를 선택하는 경우의 수는? [2점]

① 14 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

24. 독립인 두 사건 A,B에 대하여 $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(A \cup B)=\frac{2}{3}$이다. $P(B)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

25. 정규분포 $N(50, 10^2)$를 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $P(48 \le \overline{X} \le 52)$의 값은? (단, 표준정규분포를 따르는 Z에 대하여 $P(0 \le Z \le 1) = 0.3413$이다.) [3점]

① $\frac{6297}{10000}$ ② $\frac{3413}{5000}$ ③ $\frac{1471}{2000}$ ④ $\frac{1971}{2500}$ ⑤ $\frac{8413}{10000}$

26. 주머니 A에는 빨간 공 2개와 파란 공 1개, 주머니 B에는 빨간 공 1개와 파란 공 2개가 들어 있다. A에서 임의로 공1개를 꺼내 B에 넣은 다음, B에서 동시에 공2개를 임의로 꺼낸다.
B에서 꺼낸 두 공의 색이 서로 다를 때, A에서 옮긴 공이 빨간색일 확률은? [3점]

① $\frac{6}{11}$ ② $\frac{13}{22}$ ③ $\frac{7}{11}$ ④ $\frac{15}{22}$ ⑤ $\frac{8}{11}$

27. 확률변수 X가 이항분포 $B(n, p)$를 따른다. $E(3X+1)=13$, $V(3X+1)=18$일 때, $P(X=2)$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{96}$ ② $\frac{35}{384}$ ③ $\frac{7}{64}$ ④ $\frac{49}{384}$ ⑤ $\frac{7}{48}$

28. 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$에서 $Y=\{1,2,3\}$으로의 함수 f 중 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수는?

(가) f의 치역은 Y이고 $\sum_{k=1}^{8} f(k)=16$이다.

(나) $f(1)<f(2)$이고 $f(7)=f(8)$이다.

[4점]

① 103 ② 104 ③ 105 ④ 106 ⑤ 107

단답형

29. 확률변수 X는 -1,0,1의 값을 가지며

$P(X=-1)=P(X=1)=p$이다. X와 같은 분포를 따르는 서로 독립인 확률변수 X_1, X_2가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $P(X_1+X_2=0)=3/8$이다.

(나) $V(X)<2/3$이다.

$P(X_1<X_2 \mid X_1+X_2\geq 0)=q/r$일 때, $q+r$의 값을 구하시오. (단, q,r은 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 공정한 동전을 12번 던졌다. 앞면이 5번 나왔고, 앞면이 연속해서 나온 부분이 정확히 3개였다고 한다.

이 조건에서 같은 면이 3번 연속으로 나온 적이 없을 확률이 q/p이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(미적분)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty} \frac{3 \cdot 2^n + 5}{2^{n+1} - 1}$의 값은? [2점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

24. 함수 $f(x) = e^{x^2-1}$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [3점]

① $\frac{4}{5}$ ② 1 ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{8}{5}$ ⑤ 2

25. $\int_0^{\pi} |\cos x| \sin x \, dx$의 값은? [3점]

① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

26. 함수 $f(x) = x + \log_e x$의 역함수를 g라 하자. $g'(2 + \log_e 2)$의 값은? [3점]

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

27. 곡선 $y=\frac{1}{3}x^{3/2}-\sqrt{x}$의 $1 \le x \le 4$인 부분의 길이는? [3점]

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

28. 양수인 값을 갖는 증가함수 f가 $x \ge 0$에서 정의되고 $f(x)\int_0^x f(t)dt = x + x^2$를 만족시킨다. f는 두 번 미분가능하고 그 역함수를 g라 하자.

$g''(5\sqrt{2}/4)$의 값은? [4점]

① $\frac{432}{343}$ ② $\frac{4663}{3430}$ ③ $\frac{2503}{1715}$ ④ $\frac{5349}{3430}$ ⑤ $\frac{2846}{1715}$

단답형

29. 양수 a가 $\sum_{n=1}^{\infty} n|2^{-n}-a3^{-n}|=1$을 만족시킨다. 가능한 모든 a의 합이 q/p일 때, p+q의 값을 구하시오. (단,p,q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. $f(x)=xe^{-x}$이고 $\frac{1}{2e}<a<\frac{1}{e}$이다. 실수 t에 대하여 $0\le x\le 3$에서 방정식 $|f(x)-a|=t$의 서로 다른 실근의 개수를 g(t)라 하자.

g(t)가 양의 실수에서 불연속인 점의 개수가 2일 때,

$e^3(2a-e^{-1})$의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(기하)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 공간의 점 A(2,−1,5)에서 xy평면까지의 거리는? [2점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

24. 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=6$이다. $|2\vec{a}-\vec{b}|^2$의 값은? [3점]

① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

25. 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 (2,4)에서의 접선의 y절편은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 타원 $x^2/25 + y^2/9 = 1$의 두 초점을 $\mathrm{F}_1(-4,0), \mathrm{F}_2(4,0)$이라 하자. 제1사분면의 타원 위 점 P가 $\mathrm{PF}_2 = 3$을 만족시킬 때, 삼각형 $\mathrm{PF}_1\mathrm{F}_2$의 넓이는? [3점]

① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $5\sqrt{3}$ ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $12\sqrt{3}$

27. 공간의 세 점 O(0,0,0), A(4,0,0), B(0,3,4)가 있다. 평면 OAB와 xy평면이 이루는 예각을 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

28. 좌표평면의 세 점 A(−2,0), B(2,0), C(0,4)에 대하여 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{PA}^2+\mathrm{PB}^2=40$이다.

(나) $\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PC}}\le 0$이다.

$5\mathrm{PB}^2$의 최댓값은? [4점]

① 164 ② 165 ③ 166 ④ 167 ⑤ 168

단답형

29. 제1사분면의 타원 $x^2/25 + y^2/9 = 1$ 위의 점 P에서 그은 접선이 x축,y축과 만나는 점을 각각 A,B라 하자. 원점 O에 대하여 삼각형 OAB의 넓이는25이고, P의 x좌표는 y좌표보다 크다.

타원의 두 초점을 F_1, F_2라 할 때, $5PF_1PF_2$의 값을 구하시오. [4점]

30. 공간의 점 O(0,0,0), A(4,0,0), B(0,3,0)에 대하여 점 P가 $OP = 3$, $\angle APB = \pi/2$를 만족시킨다. P의 x좌표는 12/5 이상이다.

P의 xy평면 위 정사영을 H라 할 때, 삼각형 OPH의 넓이의 제곱의 최댓값을 q/p라 하자. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p,q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.